

# Beton- und Stahlbetonbau



- Vereinfachte Bemessung brandbeanspruchter Stahlbetonkragstützen in Anlehnung an EC 2
- Anwendung der Zonenmethode für brandbeanspruchte Stahlbetonstützen
- Bemessung von Stahlbetonstützen im Brandfall: Absicherung der nicht-linearen Zonenmethode durch Laborversuche

## Prüfstatik

### Über 140 Jahre Kompetenz und Sicherheit

- Prüfung von Standsicherheitsnachweisen und Konstruktionsplänen
- Überwachung auf der Baustelle
- Gutachten
- Brückenuntersuchungen
- Wiederkehrende Bauwerksprüfung
- Mitarbeit in Normen- und Sachverständigengremien

#### Die Fachrichtungen:

- Massivbau
- Stahlbau
- Holzbau

#### Spezialgebiete:

- Brückenbau
- Glaskonstruktionen
- Kunststoffkonstruktionen
- Historische Bauten
- Brandschutztechnische Nachweise
- Fliegende Bauten
- Typenprüfungen

LGA  
Bereich Prüfstatik  
Tillystr. 2  
90431 Nürnberg

[www.lga.de](http://www.lga.de)



Michael Cyllok  
 Marcus Achenbach

# Vereinfachte Bemessung brandbeanspruchter Stahlbetonkragstützen in Anlehnung an EC 2

In diesem Beitrag wird das Tragverhalten eines Stahlbetonquerschnitts unter Brandbeanspruchung mit seinen maßgebenden Einflüssen anhand von Beispielen gezeigt. Umgesetzt wird dies in einem vereinfachten Verfahren zur Heißbemessung von Stahlbetonstützen. Die Anwendung des Verfahrens an einem Beispiel rundet den Beitrag ab.

## Simplified Analysis for Cantilever Columns Exposed to Fire According to EC 2

*This paper deals with the load bearing behavior of reinforced concrete cross-sections exposed to fire. Examples show the governing influences. Hence, a simplified method for the structural fire design of reinforced concrete columns is realized. The use of this method is demonstrated in a worked example.*

### 1 Nachweis der Feuerwiderstandsdauer bei Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen

Der Nachweis der Feuerwiderstandsdauer ist integraler Bestandteil der bautechnischen Nachweise, die vom Tragwerksplaner zu erbringen sind. Im Regelfall wird der Nachweis am Bauteil geführt, indem konstruktive Vorgaben eingehalten werden. Diese Vorgaben wie z. B. Mindestabmessungen sind in Tabellen in DIN 4102-4 [1] angegeben. Da u. a. Kragstützen aus Stahlbeton in den genannten Tabellen nicht berücksichtigt sind, wird für diese ein rechnerischer Nachweis erforderlich, der kurz Heißbemessung genannt wird.

In diesem Beitrag wird der bauordentliche Hintergrund der Heißbemessung nach DIN V ENV 1992-1-2 (EC 2) [2] mit Anwendungsmöglichkeiten bzw. -grenzen dargestellt und das Tragverhalten eines Stahlbetonquerschnitts bzw. einer Stahlbetonstütze unter Brandbeanspruchung mit seinen maßgebenden Einflüssen gezeigt. Daraus folgt die Umsetzung des Tragverhaltens in ein vereinfachtes Verfahren zur Handrechnung mit Anwendungsbeispiel. Durch die Möglichkeiten der Handrechnung soll dem Ingenieur die Möglichkeit gegeben werden, programmtechnische Umsetzungen des allgemeinen oder vereinfachten Verfahrens zur Tragwerksbemessung für den Brandfall nachzuvollziehen.

### 2 Anwendungsmöglichkeiten und -grenzen der Heißbemessung nach EC 2

Die Heißbemessung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken ist in der Vornorm DIN ENV V 1992-1-2 [2] als Teil des Eurocodes 2 (EC 2) in Verbindung mit dem DIN Fachbericht 92 [3] geregelt und seit der Ausgabe September 2007 in die Musterliste der Technischen Baubestimmungen [4] eingeführt. Die Umsetzung dieser Regelung im Landesrecht ist in einigen Bundesländern bereits durch Mitteilungen erfolgt. Beispiele hierfür sind Baden-Württemberg [5] und eingeschränkt Bayern [6].

Anders als die bisher in der Musterliste verankerte DIBt-Richtlinie [7] zur Vornorm erlaubt der Fachbericht die Verwendung des Vereinfachten Rechenverfahrens für die Heißbemessung und bietet somit einen Weg zum Nachweis der Feuerwiderstandsdauer für nicht durch Tabellen aus DIN 4102-4 [1] geregelte Bauteile wie lange Pendelstützen und Kragstützen aus Stahlbeton.

Für den Nachweis der Feuerwiderstandsdauer nach dem vereinfachten Verfahren ist in Verbindung mit dem Fachbericht und der Musterliste Folgendes zu beachten:

- Nachweis darf am Bauteil erfolgen
- Außergewöhnliche Bemessungssituation nach DIN 1055-100 [8]
- Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_{M,fi} = 1,0$  für Betonstahl und Beton
- Brandbeanspruchung ist generell die Einheitstemperaturzeitkurve ETK nach DIN 4102-2 [9], die die Temperatur des Heißgases des Brands in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt
- Begrenzung auf normalfeste Betone bis Betondruckfestigkeitsklasse C45/55

Wie bisher sind allgemeine Verfahren der thermischen wie auch der mechanischen Analyse nach Vornorm nur über Zustimmung im Einzelfall geregelt, siehe Fachbericht [3].

In die Musterliste der Technischen Baubestimmungen ist die Norm DIN EN 1992-1-2 [10], die aus der Vornorm entwickelt wurde, noch nicht eingeführt. Ein nationales Anwendungsdokument wird zurzeit erarbeitet, Hoser et al. [11].

Da der Nachweis der Feuerwiderstandsdauer nicht notwendigerweise maßgebend wird, darf auf die reguläre Bemessung bei Normaltemperatur nach DIN 1045-1 [12] nicht verzichtet werden.

### 3 Trag- und Formänderungsverhalten unter Brandeinwirkung

Grundsätzlich verhält sich ein Stahlbetonquerschnitt unter Brandbeanspruchung wie bei Normaltemperatur (entspricht 20 °C), allerdings mit den folgenden drei Besonderheiten. Erstens verflacht sich die Arbeitslinie für Betonstahl und Beton mit steigender Temperatur. Zweitens stellen sich thermische Dehnungen für Betonstahl und Beton ein. Drittens besteht die Möglichkeit des Abplatzens des Betons, was jedoch zu verhindern ist.

#### 3.1 Temperaturabhängige Änderung der Arbeitslinie

Die Arbeitslinie sowohl für den Betonstahl als auch den Beton, darstellbar als Spannungs-Dehnungsdiagramm verflacht mit steigender Temperatur. Für den Beton ist hierin das Hochtemperaturkriechen enthalten, welches deutlich über dem Kriechen unter Normaltemperatur liegt. Zusätzlich entfällt der plastische Bereich des Betons. Nach Passieren der Scheiteldehnung  $\epsilon_{c1}$  fällt die Arbeitslinie wieder ab. Spannungsgrenzen (z. B. Streckgrenze des Betonstahls) verringern sich, dazugehörige Dehnungen erhöhen sich (Bild 1). Mit zunehmender Temperatur entfernen sich für den Betonstahl Proportionalitätsgrenze  $\epsilon_{spr}$  (z. B. 2,4 bis 2,8‰ für kaltverformten Stahl) und Streckgrenze  $\epsilon_{s1}$ .

Zusammenfassend wird der heiße Querschnitt gegenüber dem Querschnitt unter Normaltemperatur weicher und weniger tragfähig, die Verformungen nehmen bei gleicher Belastung zu. Diese Auswirkung ist insbesondere bei Theorie II. Ordnung zu berücksichtigen.

#### 3.2 Thermische Dehnungen in Längsrichtung

Es stellen sich thermische Dehnungen für Betonstahl und Beton ein, die nichtlinear mit der Temperatur ansteigen. Diese werden als indirekte Brandeinwirkungen bezeichnet. Sie dürfen insbesondere für Berechnungen nach Theorie II. Ordnung nicht vernachlässigt werden, Hosser et al. [11]. Da sich die thermischen Dehnungen an den

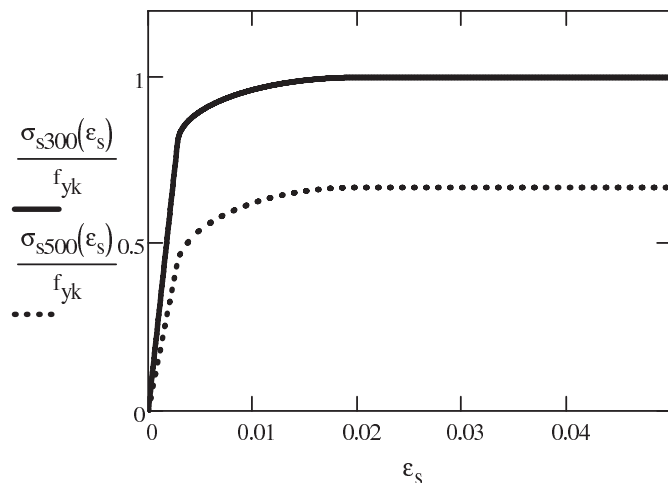


Bild 1. Spannungs-Dehnungsbeziehung für druckbeanspruchten, kaltverformten Bewehrungsstahl für  $\theta = 300\text{ °C}$  und  $\theta = 500\text{ °C}$

Fig. 1. Stress-strain curves for cold-rolled reinforcing steel under compression at  $\theta = 300\text{ °C}$  and  $\theta = 500\text{ °C}$

einzelnen Stellen des Querschnitts nicht frei einstellen können, sondern von benachbarten Bereichen beeinflusst werden, darf i. d. R. von einem Ebenbleiben der Querschnitte ausgegangen werden, wie Quast et al. [13] beschreiben:

$$\epsilon_{\sigma} = \epsilon_0 + \kappa \cdot z' - \epsilon_{\theta} \tag{1}$$

Hierin sind bei einachsiger Biegung für die spannungserzeugende Dehnung  $\epsilon_{\sigma}$  die Dehnung im Schwerpunkt  $\epsilon_0$ , die Krümmung  $\kappa$ , die Querschnittskoordinate  $z'$  quer zur Biegungsachse ( $z'$  sei auf den Querschnittsschwerpunkt bezogen,  $z$  auf den Querschnittsrand) und die thermischen Dehnungen  $\epsilon_{\theta}$  in Abhängigkeit von den Querschnittskordinaten berücksichtigt.

Das Ebenbleiben der Querschnitte liegt nach Aschaber et al. [14] nicht mehr bei sehr hohen Temperaturgradienten vor, wie sie beispielsweise bei dünnen Stahlbetonschalen ( $h = 10\text{ cm}$ ) unter starken Brandeinwirkungen (z. B. Tunnelbrand) auftreten.

Bestimmt man mithilfe der spannungserzeugenden Dehnungen  $\epsilon_{\sigma}$  die temperaturabhängigen Spannungen und integriert diese über den Querschnitt, so erhält man die inneren Schnittgrößen  $M_i$  und  $N_i$ . Beachtet man, dass die äußeren Schnittgrößen  $M_a$  und  $N_a$  mit den inneren Schnittgrößen im Gleichgewicht stehen müssen, lässt sich das Trag- und Formänderungsverhalten eines Stahlbetonquerschnitts unter gegebener Temperaturverteilung modellieren.

Der verformungserzeugende Dehnungszustand des Querschnitts ist mit Gl. (2) beschrieben. Hierbei lässt sich die Stabverlängerung durch Integration von  $\epsilon_0$  bestimmen, die Kopferschiebung durch Integration von  $\kappa$ .

$$\epsilon_x(z) = \epsilon_0 + \kappa \cdot z' \tag{2}$$

#### 3.3 Beispiele des Trag- und Formänderungsverhaltens

Die folgenden Beispiele einer sich frei verformenden Stahlbetonkragstütze mit der Länge  $\ell_{col}$  und dem jeweils beschriebenen Rechteckquerschnitt sollen die Effekte der oben beschriebenen temperaturabhängigen Materialeigenschaften sowie der thermischen Dehnungen bei Beflammung entsprechend ETK illustrieren.

##### 3.3.1 Beispiel 1: Unbewehrter, unbelasteter Querschnitt, allseitig beflammt

Geht man von einem unbelasteten (d. h. ohne äußere Schnittgrößen) und unbewehrten Betonquerschnitt aus, der allseitig beflammt wird, so erhält man für den in Bild 2 dargestellten Schnitt durch den Schwerpunkt den in Bild 3 gezeigten Dehnungsverlauf.

Da weder eine Betonzugfestigkeit (näherungsweise vernachlässigt) noch Bewehrungsstahl Zugkräfte aufnehmen kann und für eine unbehinderte Verformung die inneren Schnittgrößen gleich Null sein müssen, folgt, dass  $\epsilon_{\sigma}$  ebenfalls Null wird. In diesem Fall gilt Gl. (3). Hierbei ist  $\epsilon_{\theta,max}$  die maximal im Querschnitt auftretende thermische Dehnung.

$$\epsilon_0 = \epsilon_{\theta,max} \tag{3}$$

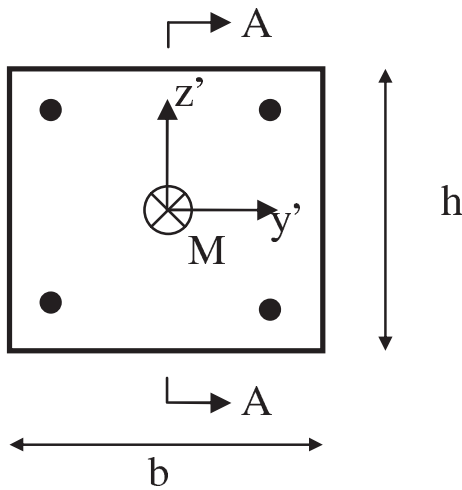


Bild 2. Querschnitt mit Schnitt A-A durch Schwerpunkt  
Fig. 2. Cross-section with section A-A through centroid

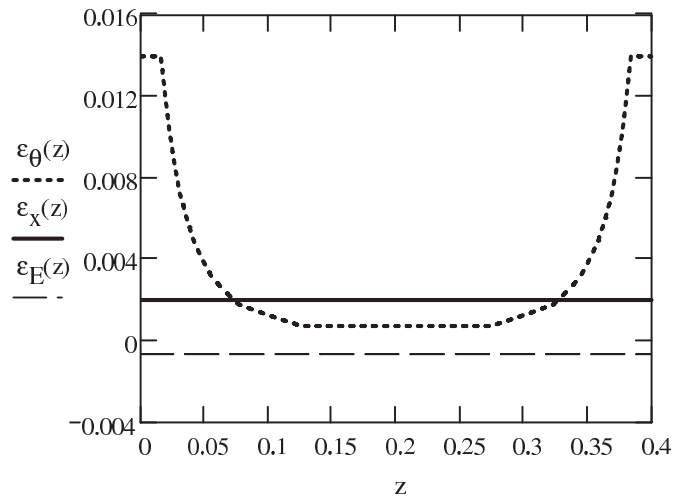


Bild 4. Dehnungsverlauf für bewehrten Querschnitt mit Drucknormalkraft (allseitig beflammt)  
Fig. 4. Strain curves for reinforced cross-section with compressive normal force (exposed to fire on all sides)

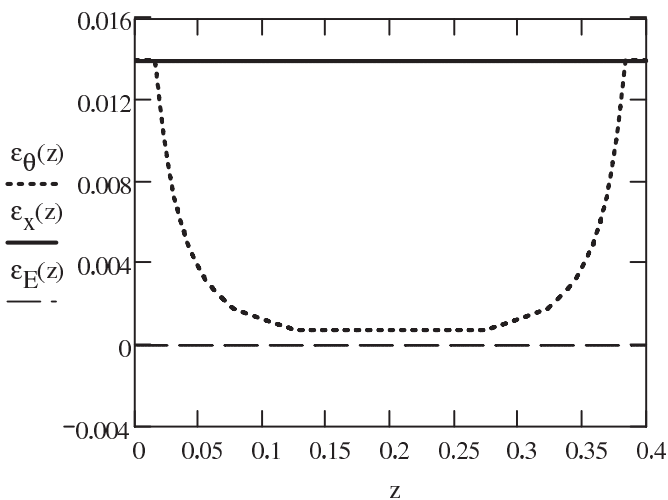


Bild 3. Dehnungsverlauf für unbewehrten, unbelasteten Querschnitt (allseitig beflammt)  
Fig. 3. Strain curves for unreinforced cross-section without load (exposed to fire on all sides)

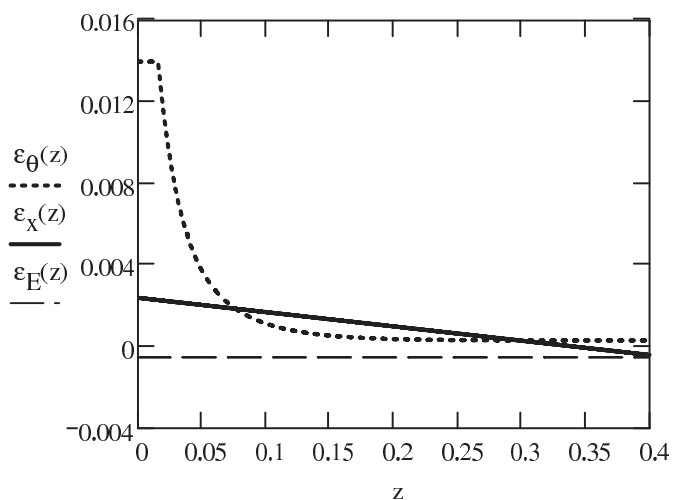


Bild 5. Dehnungsverlauf für bewehrten Querschnitt mit Drucknormalkraft (asymmetrisch beflammt)  
Fig. 5. Strain curves for reinforced cross-section with compressive normal force (asymmetric heating)

Das bedeutet, dass sich die Kragstütze mit diesem Querschnitt um  $\Delta \ell = \ell_{col} \cdot \varepsilon_0$  verlängert. Zum Vergleich zeigt sich, dass die Dehnung  $\varepsilon_E(z')$  aus Einwirkung ohne Berücksichtigung der thermischen Dehnung gleich Null ist.

Legt man bei diesem Beispiel eine Bewehrung in Randnähe ein (z. B. mit einem üblichen Achsabstand von 45 mm), so sinkt  $\varepsilon_0$  deutlich unter  $\varepsilon_{\theta, \max}$ .

### 3.3.2 Beispiel 2: Bewehrter Querschnitt unter Normalkraft, allseitig beflammt

Ist der Querschnitt bewehrt, durch eine Normalkraft belastet und allseitig beflammt, so erhält man den in Bild 4 gezeigten Dehnungsverlauf.

Die Druckkraft konzentriert sich hier auf den Rand des Querschnitts, in dem auch die Bewehrung liegt. Der Kern des Querschnitts entzieht sich der Druckbelastung. Die Differenz zwischen  $\varepsilon_x$  und  $\varepsilon_\theta$  zeigt an jeder Stelle des

Querschnitts die thermische Dehnung, die sich aufgrund des Ebenbleibens der Querschnitte einstellt. Das bedeutet, dass unter Berücksichtigung der thermischen Dehnungen die Druckbewehrung eine deutlich größere Kraft ertragen muss, als bei Vernachlässigung der thermischen Dehnungen. Weiterhin ist zu beobachten, dass der Hebelarm zwischen den Kraftresultierenden in etwa gleich bleibt. Da der E-Modul infolge der hohen Temperatur abnimmt, sinkt jedoch die Steifigkeit des Querschnitts.

### 3.3.3 Beispiel 3: Bewehrter Querschnitt unter Normalkraft, asymmetrisch beflammt

Im Unterschied zu Beispiel 2 ist dieser Querschnitt nur von drei Seiten her beflammt. Man erhält den in Bild 5 gezeigten Dehnungsverlauf.

Während bei den bisherigen Beispielen die Krümmung immer Null war, stellt sich durch die asymmetrische

Beflammung eine Krümmung  $\kappa \neq 0$  ein. Das bedeutet, dass sich für eine Kragstütze mit diesem Querschnitt eine Kopfverformung  $w$  entsprechend Gl. (4) infolge thermischer Dehnungen einstellt.

$$w = 1/2 \cdot \ell_{\text{col}}^2 \cdot \kappa \quad (4)$$

### 3.3.4 Zusammenfassung

Zusammenfassend ergeben sich aus der Brandeinwirkung nach ETK

- infolge des temperaturabhängigen Materialverhaltens ein weicherer, weniger tragfähiger Querschnitt und
- infolge thermischer Dehnungen im Querschnittsschwerpunkt eine Zusatzdehnung zur lastinduzierten Dehnung sowie bei asymmetrischer Brandbeanspruchung eine Zusatzkrümmung zur lastinduzierten Krümmung.

### 3.4 Abplatzen des Betons

Thermische Dehnungen wirken nicht nur in Stabachse, siehe vorangegangener Abschnitt, sondern auch in Querschnittsebene. Zusammen mit dem beim Brand sich entwickelnden Wasserdampfdruck im Stahlbetonquerschnitt entsteht die Gefahr des Abplatzens des Betons von der Bewehrung. Da die Bewehrung dadurch sofort nahezu die vollständige Temperatur des Heißgases erhalten würde, was zu einem fast vollständigen Festigkeitsabfall führt, ist das Abplatzen zu verhindern.

Für die normalfesten Betone, die im Rahmen des Fachberichts [3] nur verwendet werden dürfen, darf ein ausreichender Widerstand gegen Abplatzen i. d. R. durch Einhalten der tabellierten Mindestwerte nach Norm [2] nachgewiesen werden.

## 4 Handrechnung mit vereinfachtem Rechenverfahren

Für die Handrechnung ist die Berücksichtigung der mehrfach nichtlinearen Zusammenhänge zu aufwändig. Im vereinfachten Rechenverfahren nach Norm [2] wird daher versucht, die Eigenschaften des Querschnitts unter Brandbeanspruchung vereinfacht zu modellieren. Hierbei werden gegenüber dem Zustand unter Normaltemperatur die Querschnittsabmessungen und Baustofffestigkeiten reduziert (Abschn. 4.1). Zur Berücksichtigung der Effekte Theorie II. Ordnung in der Bemessung wird im Rahmen dieses Aufsatzes eine Anpassung des Modellstützenverfahrens und des Querschnittswiderstands vorgeschlagen (Abschn. 4.2 und 4.3). Ein Beispiel soll das Vorgehen illustrieren (Abschn. 4.4).

### 4.1 Annahmen für das vereinfachte Rechenverfahren

Als Brandbeanspruchung für das vereinfachte Rechenverfahren gilt eine Beflammung nach ETK. Die Temperaturverläufe für Stahlbetonquerschnitte mit Breite  $b > 30$  cm und Höhe bzw. Durchmesser  $h > 30$  cm dürfen aus Diagrammen nach EN 1992-1-2 [10] entnommen werden, Hosser et al. [11]. Bei Verwendung der ETK ist eine Bauteilberechnung nach Norm [2] ausreichend (vergleiche Vorgehen bei der Bemessung mit Tabellen nach Normen [1] und [10]), wobei Kordina et al. [15] anmerken, dass

eine Bauteilinteraktion zumindest konstruktiv zu berücksichtigen sei.

Das vereinfachte Verfahren setzt daher nur eine Bauteilberechnung um. Infolge werden die Zusatzdehnungen im Schwerpunkt aus thermischen Dehnungen vernachlässigt. Die Vorstauchung der Bewehrung aus thermischen Dehnungen wird jedoch durch eine Verminderung der Stahlfestigkeit oder das Aufbringen einer konstanten Vorstauchung von 2‰ auf den Bewehrungsstahl berücksichtigt.

Die Reduzierung der Querschnittssteifigkeit bzw. -tragfähigkeit darf erfolgen durch das Reduzieren der Querschnittsabmessungen um die Dicke einer gedachten „geschädigten“ Zone  $a_z$ , der Abminderung der Betonarbeitslinie in Abhängigkeit von der Betontemperatur im Querschnittsmittelpunkt  $M$  und der Reduzierung der Betonstahlarbeitslinie in Abhängigkeit von der Stahltemperatur entsprechend des Temperaturverlaufs im Querschnitt.

Eine Vorverformung bzw. Ausmitte  $e_\theta$  aus asymmetrischer Beflammung ist nach Gl. (4) mit  $e_\theta = w$  zu berechnen. Für die Krümmung  $\kappa$  darf die Zusatzkrümmung infolge asymmetrischer Beflammung  $\kappa_\theta$  verwendet werden. Diese darf für Regelfälle mit symmetrischer Bewehrung mit der Differenz der thermischen Dehnung des Stahls, siehe Gl. (5), berechnet werden, was durch Vergleichsberechnungen belegt ist. Hierbei ist  $\varepsilon_s(\theta)$  die thermische Dehnung für die Temperatur  $\theta$ ,  $\theta_1$  und  $\theta_2$  die Stahltemperaturen an der beflamten bzw. unbeflammten Seite und  $a$  der Achsabstand des Bewehrungsstahls.

$$\kappa_\theta = \left| \frac{\varepsilon_s(\theta_1) - \varepsilon_s(\theta_2)}{h - 2a} \right| \quad (5)$$

Die exakten Grenzen für diese Näherung sind nicht Gegenstand dieses Aufsatzes.

### 4.2 Einwirkungen nach Theorie II. Ordnung mit dem Modellstützenverfahren

Beim Modellstützenverfahren nach Quast [16] aus DIN 1045-1 [12] wird das einwirkende Moment  $M_{\text{Ed}}$  an der Einspannstelle einer Kragstütze über das Produkt aus Normalkraft  $N_{\text{Ed}}$  und Gesamlastausmitte  $e_{\text{tot}}$  bestimmt.

Für die Heißbemessung mit dem Modellstützenverfahren darf das einwirkende Moment  $M_{\text{Ed,fi}}$  in gleicher Weise mit der einwirkenden Normalkraft  $N_{\text{Ed,fi}}$  bestimmt werden. Der Fußzeiger „fi“ steht hierbei für die außergewöhnliche Bemessungssituation im Brandfall. Die Gesamlastausmitte erhält ggf. die Zusatzlastausmitte  $e_\theta$ , siehe oben. Die ungewollte Zusatzlastausmitte  $e_a$  darf hier vernachlässigt werden, eine Mindestverformung ist bereits in der Zusatzlastausmitte nach Theorie II. Ordnung  $e_2$  berücksichtigt. Es gilt Gl. (6) mit dem Bemessungswert des aufzunehmenden Biegemoments nach Theorie I. Ordnung  $M_{\text{Ed0,fi}}$  und  $e_0 = M_{\text{Ed0,fi}}/N_{\text{Ed,fi}}$ :

$$M_{\text{Ed,fi}} = N_{\text{Ed,fi}} \cdot e_{\text{tot}} = N_{\text{Ed,fi}} \cdot (e_0 + e_2 + e_\theta) \quad (6)$$

Für die Bestimmung von  $e_2$  wird im Brandfall genauso wie in der Bemessung bei Normaltemperatur ein Krümmungsverlauf mit der Maximalkrümmung  $\kappa_2$  über den Stab inte-

griert, von dem angenommen wird, dass der gewählte Verlauf mit einer größeren Maximalkrümmung nicht mehr zu einem Systemwiderstand führt, der über der Einwirkung liegt.

Die Form des Krümmungsverlaufs darf für den Brandfall und die Normaltemperatur gleich gewählt werden. Die Krümmung  $\kappa_2$  muss für den Brandfall neu abgeschätzt werden. Eine auf der „sicheren Seite“ liegende Abschätzung des maßgebenden Dehnungszustands, der zu der gesuchten Krümmung  $\kappa_2$  führt, erhält man für die folgenden Annahmen:

- die Zugbewehrung wird bis zu ihrer Proportionalitätsgrenze beansprucht
- die Druckbewehrung wird wegen der Stauchung (z. B. nach ENV [2] vereinfacht mit 0,2% angesetzt) infolge der thermischen Dehnung und der damit verbundenen Reduzierung der Spannung und des E-Moduls vernachlässigt
- der Beton wird mit seiner temperaturabhängigen Scheiteldehnung  $\varepsilon_{c1}$  angesetzt

Mit diesen Annahmen ergibt sich der in Bild 6 dargestellte Dehnungszustand für einen vierseitig beflammtten Rechteckquerschnitt. Die Krümmung  $\kappa_2$  ergibt sich zu:

$$\kappa_2 = \frac{|\varepsilon_{\text{spr}} + |\varepsilon_{c1}|}{h - a_z - a} \quad (7)$$

Die Zusatzlastausmitte  $e_2$  errechnet sich mit  $l_0$ , der Ersatzlänge des Einzeldruckglieds nach DIN 1045-1 8.6.2 (4) [12] zu:

$$e_2 = \kappa_2 \cdot \frac{l_0^2}{10} \quad (8)$$

Die mit Gl. (8) berechnete Ausmitten  $e_2$  bzw.  $e_{\text{tot}}$  sind nicht für die Bestimmung der wirklich auftretenden Kopfverschiebung unter Last geeignet.

Die Beiwerte  $K_1$  und  $K_2$  des Modellstützenverfahrens aus DIN 1045-1 werden auf der sicheren Seite liegend mit 1,0 angesetzt und erscheinen nicht in Gl. (8). Ob und in welcher Größe diese beiden Werte berücksichtigt werden dürfen, ist nicht Gegenstand dieses Beitrags.

### 4.3 Querschnittswiderstand im Interaktionsdiagramm

Der Vergleich einer kombinierten Moment-/Normalkrafteinwirkung mit dem Querschnittswiderstand erfolgt für die Bemessung bei Normaltemperatur mithilfe von Interaktionsdiagrammen. Diese sind jedoch für Hochtemperaturen und den einhergehenden Entfestigungen nicht mehr gültig und müssen für die Heißbemessung in Abhängigkeit von Geometrie, Bewehrungsführung und Temperaturverteilung neu erstellt werden.

Zur Ermittlung eines Diagramms werden verschiedene Dehnungszustände (Fälle A bis E) betrachtet und die Spannungsergebnisse (innere Schnittkräfte) zur Bestimmung des Querschnittswiderstands berechnet. Dabei werden die Annahmen, die bei der Ermittlung der Stabauslenkung vorausgesetzt wurden, berücksichtigt. Die Festigkeit der Zugbewehrung ergibt sich zu:

$$f_{\text{sk}}(\theta) = k_s(\theta) \cdot f_{\text{yk}}(20^\circ\text{C}) \quad (9)$$

Der Beiwert  $k_s(\theta)$  darf Kurve 2 aus Bild 3.2 der ENV [2] entnommen werden. Die Druckbewehrung wird auf der sicheren Seite liegend vernachlässigt. Die Festigkeit des Betons berechnet sich mit  $k_c(\theta)$  aus Bild 3.1 der ENV [2]:

$$f_{\text{ck}}(\theta) = k_c(\theta) \cdot f_{\text{ck}}(20^\circ\text{C}) \quad (10)$$

Im Folgenden werden im Beton Druckspannungen und Druckkräfte mit positivem Vorzeichen berücksichtigt, gleiches gilt für die Normalkraft des Stabs. Stahlzugspannungen bzw.-kräfte werden ebenfalls positiv notiert. Die Querschnittsfläche der Zugbewehrung wird mit  $A_s$  bezeichnet.

#### 4.3.1 Fall A: Querschnitt überdrückt

Die Widerstände errechnen sich für einen voll überdrückten Querschnitt ohne Momenteneinwirkung mit den Formelzeichen nach Bild 6 zu:

$$M_{\text{Rd,fi}} = 0 \quad (11a)$$

$$N_{\text{Rd,fi}} = b_{\text{fi}} \cdot h_{\text{fi}} \cdot f_{\text{ck}}(\theta) \quad (11b)$$

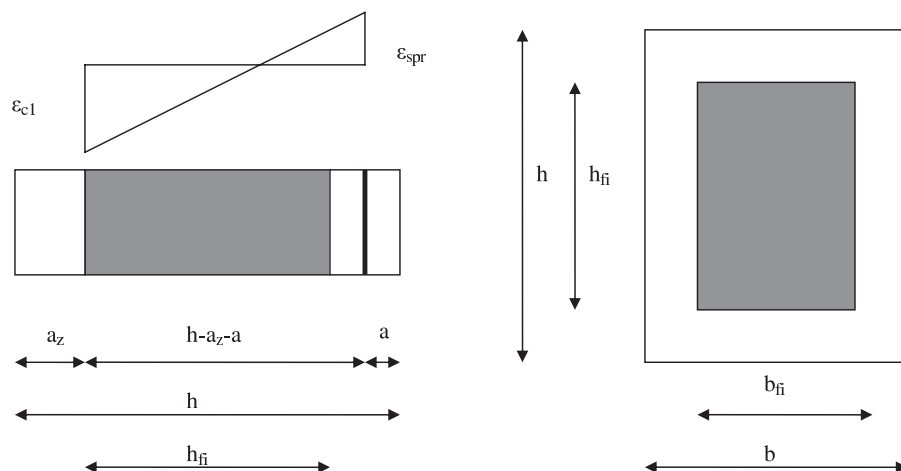


Bild 6. Maßgebender Krümmungszustand für die Verformungsberechnung  
Fig. 6. Governing curvature for calculation of deflection

**4.3.2 Fall B: Querschnitt mit Randdehnungen 0 und  $\epsilon_{c1}$**

Mit den Bezeichnungen aus Bild 7 ergeben sich bei einer parabelförmigen Spannungsverteilung und den Randdehnungen 0 und  $\epsilon_{c1}$  für den Normalkraftwiderstand:

$$N_{Rd,fi} = 2/3 \cdot b_{fi} \cdot h_{fi} \cdot f_{ck}(\theta) \tag{12a}$$

Berechnet man das Moment bezogen auf den rechten Rand, so erhält man mit den Hilfsgrößen  $a_1$  und  $a_2$  das widerstehende Moment  $M_{Rd,fi}$ :

$$a_1 = \frac{M}{N} = \frac{5/12 \cdot b_{fi} \cdot h_{fi}^2 \cdot f_{ck}(\theta)}{2/3 \cdot b_{fi} \cdot h_{fi} \cdot f_{ck}(\theta)} = 5/8 \cdot h_{fi} \tag{12b}$$

$$a_2 = h_{fi} - 5/8 \cdot h_{fi} = 3/8 \cdot h_{fi} \tag{12c}$$

$$M_{Rd,fi} = N_{Rd,fi} \cdot (h_{fi}/2 - 3/8 h_{fi}) \tag{12d}$$

**4.3.3 Fall C: Querschnitt mit Randdehnung  $\epsilon_{c1}$ , Stahl auf Zugseite erreicht Proportionalitätsgrenze**

Mit den Bezeichnungen aus Bild 8 ergeben sich bei der Randdehnung  $\epsilon_{c1}$ , und dem Stahl auf Zugseite an der Proportionalitätsgrenze ( $\epsilon_s = \epsilon_{spr}$ ) für die Höhe der Druckzone  $x$ , die Betondruckkraft  $F_c$  und die Stahlzugkraft  $F_s$ :

$$x = |\epsilon_{c1}| / (\epsilon_s + |\epsilon_{c1}|) \cdot (h - a_z - a) \tag{13a}$$

$$F_c = 2/3 \cdot b_{fi} \cdot x \cdot f_{ck}(\theta) \tag{13b}$$

$$z_c = h_{fi}/2 - 3/8 \cdot x \tag{13c}$$

$$F_s = A_s \cdot f_{sk}(\theta) \tag{13d}$$

$$z_s = h/2 - a \tag{13e}$$

Für die Querschnittswiderstände ergibt sich:

$$N_{Rd,fi} = F_c - F_s \tag{13f}$$

$$M_{Rd,fi} = F_c \cdot z_c + F_s \cdot z_s \tag{13g}$$

**4.3.4 Fall D und Fall E: Querschnitt mit Randdehnung  $\epsilon_{c1}$ , Stahl auf Zugseite überschreitet Proportionalitätsgrenze**

Die weiteren Dehnungszustände (Fälle D, E und weitere) werden berechnet, indem die Dehnung  $\epsilon_s$  der Zugfaser gegenüber Fall C erhöht wird. Damit werden die Zugdehnungen, die zur Verformungsberechnung nach Gln. (7) und (8) angesetzt wurden, überschritten. Diese zusätzliche Krümmung  $\Delta\kappa$ , siehe Gl. (14), führt zu einem Zusatzmoment, welches z. B. in  $M_{Rd,fi}$  berücksichtigt werden kann.

$$\Delta\kappa = \left| \frac{\epsilon_s - \epsilon_{spr}}{h - a_z - a} \right| \tag{14}$$

Auf der „sicheren Seite“ liegend, werden Spannungszuwächse infolge der Überschreitung der Proportionalitätsgrenze für die Fälle D, E und weitere nicht berücksichtigt.

Im Fall D wird die Dehnung im Querschnittschwerpunkt gleich Null gesetzt und die sich ergebenden Widerstände mit den Gln. (13a) bis (13f) berechnet. Bei Berücksichtigung des oben genannten Zusatzmoments ergibt sich für  $M_{Rd,fi}$ :

$$M_{Rd,fi} = F_c \cdot z_c + F_s \cdot z_s - |N_{Ed,fi}| \cdot \Delta\kappa \cdot \frac{\ell_0^2}{10} \tag{15}$$

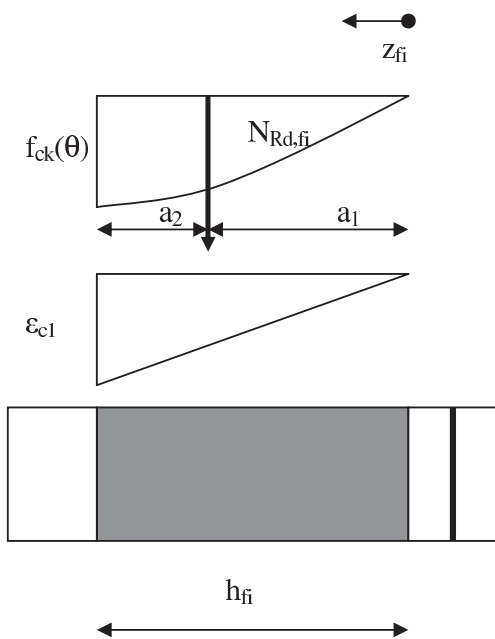


Bild 7. Dehnungszustand für Fall B  
Fig. 7. Strain curve for case B

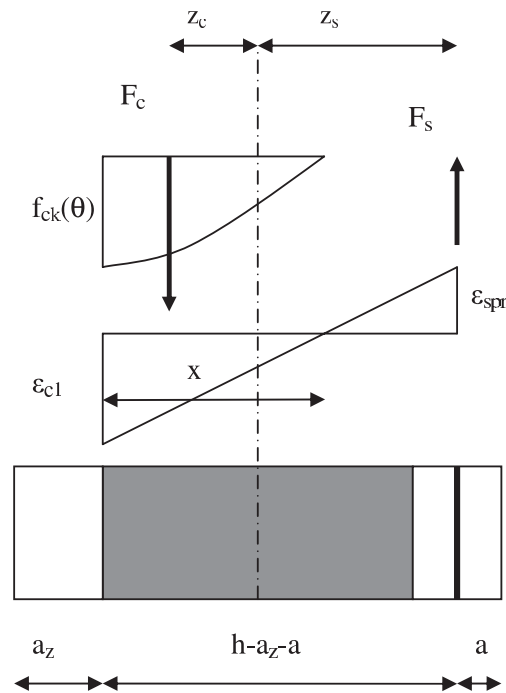


Bild 8. Dehnungszustand für Fall C  
Fig. 8. Strain curve for case C

Im Fall E wird der Stahl bis auf das 3fache der Proportionalitätsgrenze gedehnt. Die Berechnung erfolgt analog zu Fall D.

Gegebenenfalls sind weitere Dehnungszustände zu untersuchen, bei denen der Stahl bis  $\epsilon_{su} = 5\%$  gedehnt wird.

### 4.3.5 Erzeugen des Interaktionsdiagramms

Die errechneten Widerstände aus den Fällen A bis E werden grafisch aufgetragen. Der Nachweis ausreichender Tragfähigkeit ist erbracht, wenn die einwirkenden Schnittgrößen innerhalb der sich bildenden Widerstandskurve liegen (Bild 9). Empfehlenswert ist die Umsetzung in eine Tabellenkalkulation, was die Berechnung des Interaktionsdiagramms und die Darstellung stark erleichtert.

### 4.4 Beispiel

Als Beispiel dient eine vierseitig, nach ETK beflamte Kragstütze mit  $l_{col} = 4,5$  m (Bild 10). Die Stütze soll für die Feuerwiderstandsdauer R90 bemessen werden.

- Geometrie und Bewehrung: Rechteckiger Querschnitt,  $b/h = 40/40$  cm,  $a = 5$  cm, Beton C30/37; Eckbewehrung aus  $4 \times 2 \varnothing 25$  (Doppelstäbe) – BSt 500 S
- Einwirkungen: Eigengewicht der Stütze  $G_{k0} = 18$  kN, sonstige ständige Einwirkung  $G_k = 300$  kN,  $e = 15$  cm; Veränderliche Einwirkung Schnee (Orte bis NN + 1.000 m:  $\psi_1 = 0,2$ )  $H_k = 5$  kN;  $Q_k = 50$  kN,  $e = 15$  cm

Das Eigengewicht der Stütze wird vereinfachend als Einzellast am Stützenkopf berücksichtigt. Somit beträgt die Einwirkung bei Brand:

$$N_{Ed,fi} = (18 + 300 + 0,2 \cdot 50) \text{ kN} = 328 \text{ kN}$$

(NB: nach obiger Definition bedeutet der positive Wert Druck!)

$$M_{Ed0,fi} = (300 + 0,2 \cdot 50) \text{ kN} \cdot 0,15 \text{ m} + 0,2 \cdot 5 \text{ kN} \cdot 4,5 \text{ m} = 51,0 \text{ kNm}$$

Für  $a_z$  folgt aus Bild B.3 der ENV [2] mit  $w = 200$  mm:  $a_z = 38 \text{ mm} \approx 40 \text{ mm}$ .

Die Temperaturverteilung wird aus Bild A.13 der EN [10] übernommen. Für  $a = 5$  cm wird eine Stahltemperatur  $\theta_s = 520$  °C abgelesen.

Für die weitere Berechnung wird auf der sicheren Seite eine Temperatur im Punkt M von 100 °C berücksichtigt, es gilt  $k_c(\theta_M) \approx 1$ .

Die Abminderung der Stahlfestigkeit beträgt nach 3.3 (4) ENV [2] für  $\epsilon_{s,fi} < 20$  ‰:

$$k_s(\theta) = (8300 - 12 \cdot \theta)/5000 = (8300 - 12 \cdot 520)/5000 = 0,412.$$

Die Proportionalitätsdehnung wird zu  $\epsilon_{spr} = 2,8$  ‰ angenommen, die Scheiteldehnung  $\epsilon_{c1}$  eines Betons mit quarzhaltigen Zuschlägen beträgt bei 100 °C nach Tab. A.1 ENV [2] 3,5 ‰.

Die Krümmung  $\kappa_2$  berechnet sich nach Gl. (7) zu:

$$\kappa_2 = (2,8 + 3,5) \text{ ‰} / (0,40 - 0,04 - 0,05) \text{ m} = 20,323 \text{ mrad/m}$$

Mit  $l_0 = 2 \cdot 4,5 \text{ m} = 9 \text{ m}$  und Gl. (8) ergibt sich die Zusatzlastausmitte nach Theorie II. Ordnung zu:

$$e_2 = (9 \text{ m})^2 \cdot 20,323 \cdot 10^{-3} \text{ 1/m/10} = 0,165 \text{ m}.$$

Da für die 4-seitige Beflammung  $e_\theta$  gleich Null ist, folgt

$$e_{tot} = e_0 + e_2 = (M_{Ed0,fi}/N_{Ed,fi}) + e_2 = 0,155 \text{ m} + 0,165 \text{ m} = 0,320 \text{ m}$$

Vereinfachtes Interaktionsdiagramm

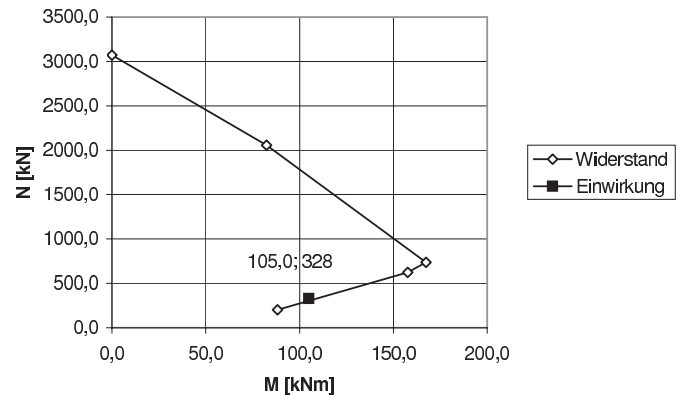


Bild 9. Interaktionsdiagramm eines Querschnittes für Heißbemessung (Beispiel); Drucknormalkräfte sind positiv notiert

Fig. 9. Capacity of cross section for fire design (example); compressive normal forces are positive

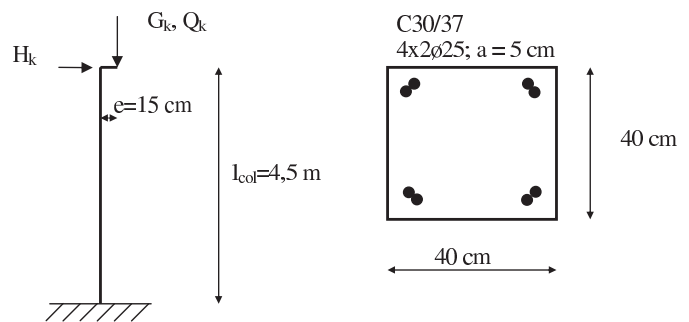


Bild 10. Statisches System und Querschnitt des Beispiels

Fig. 10. Structural System and cross-section for example

Somit ergibt sich nach Gl. (6):

$$M_{Ed,fi} = N_{d,fi} \cdot e_{tot} = 328 \text{ kN} \cdot 0,320 \text{ m} = 105,0 \text{ kNm}.$$

Die Berechnung des Interaktionsdiagramms geschieht mit den Festigkeiten:

$$f_{ck}(\theta) = k_c(\theta_M) \cdot f_{ck}(20 \text{ °C}) = 1,0 \cdot 30 \text{ N/mm}^2 = 30 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{und } f_{sk}(\theta) = k_s(\theta) \cdot f_{yk}(20 \text{ °C}) = 0,412 \cdot 500 \text{ N/mm}^2 = 206 \text{ N/mm}^2.$$

Das Interaktionsdiagramm ist in Bild 9 dargestellt. Die einwirkende Schnittgröße liegt innerhalb der Kurve, sodass der Querschnitt mit der gewählten Bewehrung in die Feuerwiderstandsklasse R90 eingeordnet werden kann und der Nachweis der Feuerwiderstandsdauer erfüllt ist.

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Aufsatz ist ein einfaches, nachvollziehbares Näherungsverfahren für die Heißbemessung von Kragstützen nach DIN V ENV 1992-1-2 (Eurocode) angegeben. Es beruht auf dem an die Heißbemessung angepassten Modellstützenverfahren und ermöglicht die Handrechnung sowie die Plausibilitätsprüfung von z. B. Bemessungsprogrammen.

Ist die vorgestellte Näherung im Einzelfall z. B. beim Bauen im Bestand zu ungünstig, sind i. d. R. programmierte Lösungen mit Berücksichtigung der thermischen Dehnungen, Iteration zur Bestimmung der Auswirkungen

nach Th. II. Ordnung sowie eine genauere Ermittlung der Vorkrümmung aus asymmetrischer Beflammung erforderlich.

Hierbei sei Folgendes aus Sicht der Autoren angemerkt: Für die in der Praxis momentan angetroffene Breite unterschiedlicher Interpretationen des „heißen“ Eurocodes (EN und ENV) einschließlich ihrer Umsetzung in Bemessungsprogrammen würde ein Kommentar oder Hintergrundpapier für diese Normen mit Herleitungen, Klärungen (insbesondere die Berücksichtigung thermischer Dehnungen bei den vereinfachten Verfahren) und praktischen (Kalibrier-) Beispielen eine enorme Verbesserung bedeuten.

#### Literatur

- [1] DIN 4102-4:1994-03: Brandverhalten von Baustoffen und Bauteilen – Zusammenstellung und Anwendung klassifizierter Baustoffe, Bauteile und Sonderbauteile.
- [2] DIN V ENV 1992-1-2:1995-05. Eurocode 2: Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-2: Allgemeine Regeln – Tragwerksbemessung für den Brandfall.
- [3] DIN-Fachbericht 92: Nationales Anwendungsdokument (NAD) Richtlinie zur Anwendung von DIN V ENV 1992-1-2:1997-05, 2000.
- [4] Muster-Liste der Technischen Baubestimmungen – Fassung September 2007.
- [5] *Scheuermann*: Brandschutzbemessung im Stahlbetonbau, Schreiben des Wirtschaftsministeriums Baden-Württemberg vom 12. 03. 2008.
- [6] *Schubert, W.*: Stand der Normung – Momentane Regelungen und Verfahren für Bayern, in Tagungsband zu K 07-90 Feuerwiderstandsdauer nicht geregelter Bauteile aus Stahlbeton, 25. 09. 2007, München.
- [7] DIBt-Richtlinie zur Anwendung von DIN V ENV 1992-1-2: 1997-05 mit DIN 1045-1:2001-07, 2001.
- [8] DIN 1055-100:2001-03: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 100: Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln.
- [9] DIN 4102-2:1977-09: Brandverhalten von Baustoffen und Bauteilen – Bauteile – Begriffe, Anforderungen und Prüfungen.
- [10] DIN EN 1992-1-2:2006-10. Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-2: Allgemeine Regeln – Tragwerksbemessung für den Brandfall.
- [11] *Hosser, D.* und *Richter, E.*: Überführung von EN 1992-1-2 in EN-Norm und Bestimmung der national festzulegenden Parameter (NDP) im Nationalen Anhang zu EN 1992-1-2. Schlussbericht. Stuttgart: Fraunhofer IRB, 2007.
- [12] DIN 1045-1:2001-07: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Teil 1: Bemessung und Konstruktion.
- [13] *Quast, U.* und *Richter, E.*: Vereinfachte Berechnung von Stahlbetonstützen unter Brandeinwirkung. Beton- und Stahlbetonbau 103 (2008), Heft 2, S. 119–125.
- [14] *Aschaber, M., Feist, Ch.* und *Hoffstetter, G.*: Numerische Simulation des Verhaltens von Betontragwerken unter Brandeinwirkung. Beton- und Stahlbetonbau 102 (2007), Heft 9, S. 578–587.
- [15] *Kordina, K.* und *Meyer-Ottens, C.*: Beton Brandschutz Handbuch, 2. Auflage. Düsseldorf: Verl. Bau + Technik, 1999.
- [16] *Quast, U.*: Stützenbemessung. In: Betonkalender 2004 Teil 2, S. 375–448, Berlin: Ernst & Sohn 2004.



Dr.-Ing. Michael Cyllok  
michael.cyllok@lga.de



Dipl.-Ing. Marcus Achenbach  
marcus.achenbach@lga.de

LGA Landesgewerbeamt Bayern KdöR  
Bereich Prüfstatik  
Tillystraße 2  
90431 Nürnberg

Michael Cyllok  
 Marcus Achenbach

# Anwendung der Zonenmethode für brandbeanspruchte Stahlbetonstützen

Die Heißbemessung von Stahlbetonstützen mit der Zonenmethode (Vereinfachtes Verfahren) ist nach Eurocode grundsätzlich möglich und in verschiedenen europäischen Normen bereits eingeführt. In Deutschland wird das Verfahren für die Stützenbemessung in Zukunft jedoch voraussichtlich abgelehnt, da sich die Ergebnisse teilweise nicht mit denen der anerkannten Allgemeinen Verfahren decken.

Ein Grund für die Diskrepanz der Ergebnisse der verschiedenen Methoden liegt nach Einschätzung der Autoren in der teilweise nur unzureichenden Dokumentation bzw. Regelung der Zonenmethode. Dass z. B. die Zonenmethode als Verfahren der Plastizitätstheorie angelegt ist, jedoch als nichtlineares Verfahren verwendet wird, führte bereits zu wesentlichen Fehlinterpretationen bzw. Missverständnissen.

Dieser Aufsatz zeigt daher eine kurze Darstellung der ursprünglichen Annahmen sowie eine Herleitung der Zonenmethode nach Hertz.

Im Hauptteil des Aufsatzes wird anhand von dokumentierten Eichbeispielen gezeigt, wie die Zonenmethode für Druckglieder in der Praxis anzuwenden ist, damit die Traglast und das Last-Verformungsverhalten bezogen auf die Allgemeinen Verfahren ausreichend genau bestimmt werden können.

## Use of a Simplified Method (Zone Method) for Concrete Columns Exposed to Fire

*Eurocode 2 provides a fire resistance check for concrete columns called zone method (simplified calculation method). Some European countries already allow this check. Germany will probably reject this method for concrete columns, as the results from the zone method partly differ from the accepted advanced method. In the authors' opinion, one reason for the differences might be lack of documentation or lack of detailed rules for the zone method. Using the zone method as a nonlinear method – even though it is based on the assumptions of plastic theory – already lead to decisive misinterpretations or misunderstandings. Hence, this article shows briefly the original assumptions and derivation of basic formulas for the zone method according to Hertz.*

*The use of the zone method for compression members is demonstrated with documented calibrating examples. It is displayed, how to calculate the ultimate load and the load-bearing behaviour with adequate accuracy.*

## 1 Nachweismethoden für Stahlbetonstützen

Der Nachweis der Feuerwiderstandsdauer für Stützen, die aus der Klassifizierung nach DIN 4102-4 [1] und deren

Änderungen herausfallen, darf derzeit in den meisten Bundesländern nach der Vornorm DIN V ENV 1992-1-2:1997 (ENV) [2] und dem nationalen Anwendungsdokument DIN Fachbericht 92 (FB92) [3] mit dem Vereinfachten Verfahren geführt werden. Die Verwendung der Allgemeinen Verfahren nach ENV wird nach FB92 an besondere Anforderungen geknüpft (Abstimmung mit der Bauaufsichtsbehörde, Prüfung der Nachweise durch hierfür qualifizierten Prüfengeieur).

Ab 2010 soll die Vornorm ENV durch die Norm DIN EN 1992-1-2 (EN) [4] und FB92 durch einen eigenen nationalen Anhang (NA) für Deutschland ersetzt werden. In einem Vorschlag [5] zu diesem NA wird das Vereinfachte Verfahren (dort: Zonenmethode bzw. Methode zur Beurteilung eines durch Biegemoment und Längskraft beanspruchten Stahlbetonquerschnitts durch Abschätzung der Krümmung) zur Beurteilung der Knicksicherheit von Druckgliedern abgelehnt und die Allgemeinen Verfahren empfohlen. Dies steht im Widerspruch zur heute gängigen Praxis nicht nur in Deutschland sondern auch in vielen anderen europäischen Ländern, wie z. B. Dänemark [6].

Im Folgenden soll dieser Widerspruch aufgelöst und kritisch geprüft werden, ob und unter welchen Umständen die Zonenmethode auch für Bauteile unter Längsdruck geeignet ist.

## 2 Grundlagen der Zonenmethode nach Hertz

Die Zonenmethode wurde Anfang der 1980er Jahre maßgeblich von Hertz [7] als ein einfaches Handrechnungsverfahren entwickelt, mit dem Ziel, die Feuerwiderstandsdauer von Biege- und Druckgliedern mit beliebigen Querschnitten zu berechnen. Im Grundgedanken ähnelt die Zonenmethode der Bemessung mit Spannungsblock in der Kaltbemessung: die nichtlinear verlaufenden Spannungen eines voll ausgenutzten Betonquerschnitts, vgl. Abschn. 2.1, werden zu einer inneren Schnittgröße  $F_{ci}$  (Resultante) aufintegriert und als Spannungsblock dargestellt. Es ist somit ein Verfahren nach der Plastizitätstheorie.

Die Spannung des Blocks ist im Zonenverfahren gleich der Betondruckfestigkeit  $f_{ck}(\theta_M)$  bei der Temperatur  $\theta_M$  im Mittelpunkt M des Spannungsblocks. Da dort die geringste Temperatur herrscht, ist diese Festigkeit größer als an jedem anderen Punkt im Querschnitt. Da die Fläche des Spannungsblocks  $A_{cSB}$  mal  $f_{ck}(\theta_M)$  gleich  $F_{ci}$  sein muss, muss  $A_{cSB}$  kleiner als die Gesamtfläche des Beton-

querschnitts  $A_c$  sein. Die Differenz zwischen  $A_{cSB}$  und  $A_c$  wird durch das Maß  $a_z$  beschrieben, welches immer wieder physikalisch als „zermürbte Zone“ gedeutet wird, jedoch einfach eine geometrische Hilfsgröße ist, vgl. Abschn. 2.2. Da die Zonenmethode bzw. die Verwendung des Spannungsblocks ein Verfahren nach der Plastizitätstheorie ist, gehen Informationen zu Dehnungszustand des Querschnitts bzw. Verformungen des Bauteils verloren. Das bedeutet, dass für Druckglieder, bei denen eine Schnittgrößenermittlung nach Theorie II. Ordnung erforderlich ist, besondere Überlegungen erforderlich werden, vgl. Abschn. 2.3.

### 2.1 Modellierung der Baustoffe

Als Verfahren der Plastizitätstheorie kennt die Zonenmethode nach *Hertz* [8] keine Arbeitslinien für Beton und Betonstahl, sondern bezieht sich auf temperaturabhängige, dehnungsunabhängige Maximalfestigkeiten.

Für die Modellierung des Betons wird die charakteristische Druckfestigkeit  $f_{ck}(\theta)$  gewählt, siehe Gl. (1). Der Abminderungsfaktor  $k_c(\theta)$  für Beton ist hier von der Temperatur  $\theta$  abhängig. Im Folgenden sei  $f_{ck} = f_{ck}(20\text{ °C})$

$$f_{ck}(\theta) = k_c(\theta) \cdot f_{ck} \tag{1}$$

Zur Berechnung des E-Moduls des Betons, siehe Abschn. 2.2.

Wenn Betondehnungen verwendet werden (z. B. Berechnung von Durchbiegungen), geht *Hertz* [8] grundsätzlich davon aus, dass die Betondehnung immer kleiner  $-3,5\text{ ‰}$  liegt, d. h. die Betonstauchungen sind immer größer  $3,5\text{ ‰}$ .

Der Betonstahl unter Druck (z. B. in Druckgliedern) wird über die charakteristische Festigkeit  $f_{sk}(\theta)$  bei  $0,2\%$  Stauchung definiert, siehe Gl. (2). Dies erfolgt mit dem Abminderungsfaktor  $k_s(\theta)$  für Betonstahl nach Kurve 2 aus Bild 3.2 der Vornorm ENV bezogen auf die „kalte“ Streckgrenze  $f_{yk} = f_{yk}(20\text{ °C})$ .

$$f_{sk}(\theta) = k_s(\theta) \cdot f_{yk} \tag{2}$$

Der E-Modul des Betonstahls wird analog berechnet, siehe Gl. (3).

$$E_s(\theta) = k_s(\theta) \cdot E_s(20\text{ °C}) \tag{3}$$

Diese Vereinbarungen nach der Vornorm ENV decken sich mit den Forderungen von *Hertz* [8].

### 2.2 Spannungsblock: Das Maß $a_z$ der Querschnittsreduzierung

Die Vornorm ENV verwendet das Maß  $a_z$  der Querschnittsreduzierung in der Zonenmethode für zwei unterschiedliche Zwecke. Zum einen, wie oben bereits erwähnt, zur Beschreibung der Verminderung der aufnehmbaren Druckkraft  $F_{ci}$  (z. B. in der Druckzone von Biegebauteilen) – im Folgenden als  $a_{zf}$  bezeichnet, vgl. Gl. 4.16 nach ENV – und zum anderen für die reduzierte Biegesteifigkeit  $(EI)_{cf}$  eines Druckglieds – im Folgenden als  $a_{zEI}$  bezeichnet, vgl. Gl. 4.17 nach ENV –, die zur Berechnung der kri-

tischen Last (d. h. des Bauteilwiderstands)  $N_{Rd,fi}$  des Druckglieds benötigt wird, siehe Abschn. 2.3.

#### 2.2.1 Reduzierte Druckkraft

Die Verminderung der aufnehmbaren Druckkraft  $F_{ci}$  eines unbewehrten Betonquerschnitts infolge Brandeinwirkung wird im Zonenverfahren durch einen Spannungsblock dargestellt, der über einen um das Maß  $a_{zf}$  reduzierten Querschnitt aufgespannt wird.

Zur Herleitung des Maßes  $a_{zf}$  wird ein unbewehrter Betonquerschnitt der Höhe  $h$  betrachtet, Bild 1. Der Querschnitt sei vollständig unter Druck, zweiseitig beflammt, und der Verlauf der Isothermen stelle sich parallel zum Rand ein. Die Breite  $b$  kann somit vernachlässigt werden.

Zur Bestimmung der aufnehmbaren Druckkraft  $F_{ci}$  wird die nichtlinear über den Querschnitt verteilte, temperaturabhängige Druckfestigkeit  $f_{cd}(\theta) = f_{ck}(\theta)$  nach Gl. (1), siehe Bild 2, über die Höhe  $h$  integriert. Somit kann  $F_{ci}$  durch den Parameter  $k_{c,m}$  beschrieben werden, siehe Gl. (4).

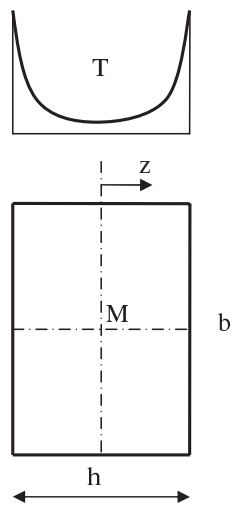


Bild 1. Querschnitt mit Temperaturverteilung  
Fig. 1. Cross section with temperature distribution

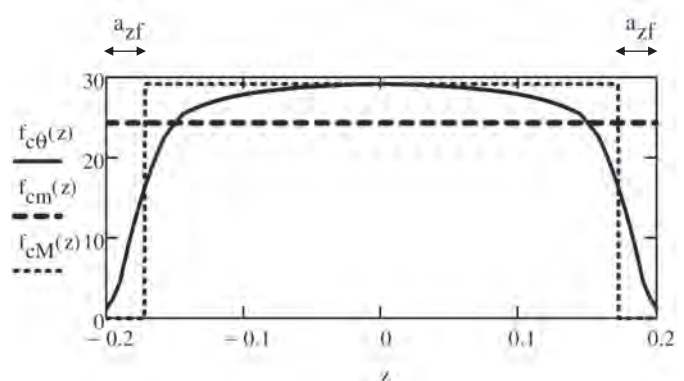


Bild 2. Festigkeitsverteilung in einem Querschnitt  $h = 40\text{ cm}$ ,  $f_{ck} = 30\text{ MPa}$ ,  $t = 90\text{ min}$ , mit der ortsabhängigen Festigkeit  $f_{cd}(z) = k_c(\theta(z)) \cdot f_{ck}$  für  $-h/2 < z < h/2$ , der mittleren Festigkeit  $f_{cm}(z)$  für  $-h/2 < z < h/2$  und der Bezugsfestigkeit  $f_{cM}(z) = k_c(\theta_M) \cdot f_{ck}$  für  $-h/2 + a_{zf} < z < h/2 - a_{zf}$  jeweils in MPa  
Fig. 2. Strength distribution of a cross section  $h = 40\text{ cm}$ ,  $f_{ck} = 30\text{ MPa}$ ,  $t = 90\text{ min}$ , with the strength dependent on a position  $f_{cd}(z) = k_c(\theta(z)) \cdot f_{ck}$  for  $-h/2 < z < h/2$ , the average strength  $f_{cm}(z)$  for  $-h/2 < z < h/2$  and the reference strength  $f_{cM}(z) = k_c(\theta_M) \cdot f_{ck}$  for  $-h/2 + a_{zf} < z < h/2 - a_{zf}$  each in MPa

$$\frac{F_{ci}}{b} = \int_{-h/2}^{h/2} k_c(\theta) \cdot f_{ck} dz \equiv k_{c,m} \cdot f_{ck} \cdot h \quad (4)$$

Die Bestimmung von  $k_{c,m}$ , siehe Gl. (5), ist im Eurocode ENV näherungsweise als Reihe, vgl. Gl. 4.15 nach ENV, enthalten.

$$k_{c,m} = \frac{\int_{-h/2}^{h/2} k_c(\theta) dz}{h} \quad (5)$$

Es wird festgelegt, dass sich im Rahmen der Zonenmethode  $F_{ci}$  auf die Druckfestigkeit bei der Mittelpunktstemperatur  $\theta_M$  beziehen soll, siehe Gl. (6). Hierfür wird der Abminderungsfaktor  $\eta_f$  nach Gl. (7) eingeführt.

$$\frac{F_{ci}}{b} = k_{c,m} \cdot f_{ck} \cdot h \equiv k_c(\theta_M) \cdot f_{ck} \cdot \eta_f \cdot h \quad (6)$$

$$\eta_f = \frac{k_{c,m}}{k_c(\theta_M)} \quad (7)$$

Ein Spannungsblock über dem angenommenen zweiseitig beflamnten Querschnitt mit der Spannung  $k_c(\theta_M) \cdot f_{ck}$  und der Resultante  $F_{ci}$  darf somit noch die Höhe  $h' = \eta_f \cdot h$  haben. Ausgedrückt über das an beiden beflamnten Seiten wirkende Reduzierungsmaß  $a_{zf}$ , siehe Bild 2, ergibt sich Gl. (8).

$$a_{zf} = \frac{h}{2} \cdot (1 - \eta_f) = \frac{h}{2} \cdot \left(1 - \frac{k_{c,m}}{k_c(\theta_M)}\right) \quad (8)$$

## 2.2.2 Reduzierte Biegesteifigkeit

Für die Ermittlung der infolge Brandeinwirkung verminderten Biegesteifigkeit  $(EI)_{cfi}$  des ungerissenen Betonquerschnittes eines Druckglieds wird analog zur aufnehmbaren Druckkraft  $N_{Rcfi}$  ein um das Maß  $a_{zEI}$  reduzierter Querschnitt verwendet. Die Herleitung für  $a_{zEI}$  erfolgt analog zur Herleitung von  $a_{zf}$ .

Für den Kurzzeitwert (d. h. ohne Hochtemperaturkriechen und -dehnung) des temperaturabhängigen E-Moduls (Sekantenmodul) gilt Gl. (9).

$$E_c(\theta) = k_c(\theta)^2 \cdot E_c(20^\circ\text{C}) \quad (9)$$

Hierbei wird postuliert, dass sich in der Kurzzeit-Arbeitslinie gegenüber den kalten Baustoffkennwerten die Spannungen auf  $\sigma \cdot k_c(\theta)$  reduzieren und die Dehnungen auf  $\varepsilon/k_c(\theta)$  erhöhen, vgl. auch Hinweis im Eurocode ENV zur Unverträglichkeit von Kurzzeit E-Modul und genauen Arbeitslinien.

Bezogen auf den E-Modul  $E_c(\theta_M) = k_c(\theta_M)^2 \cdot E_c(20^\circ\text{C})$  bei der Mittelpunktstemperatur  $\theta_M$  ergibt sich für  $(EI)_{cfi}$  die Gl. (10).

$$\frac{(EI)_{cfi}}{b} = \int_{-h/2}^{h/2} k_c(\theta)^2 \cdot E_c(20^\circ\text{C}) \cdot z^2 dz \equiv \frac{(\eta_{EI} \cdot h)^3}{12} \cdot k_c(\theta_M)^2 \cdot E_c(20^\circ\text{C}) \quad (10)$$

Der Abminderungsfaktor  $\eta_{EI}$  lässt sich durch Umformung mit Gl. (11) beschreiben.

$$\eta_{EI}^3 = \frac{12 \cdot \int_{-h/2}^{h/2} k_c(\theta)^2 \cdot z^2 dz}{k_c(\theta_M)^2 \cdot h^3} \quad (11)$$

Zur Bestimmung eines Maßes  $a_{zEI}$  analog zu  $a_{zf}$  darf Gl. (12) verwendet werden.

$$a_{zEI} = \frac{h}{2} \cdot (1 - \eta_{EI}) \quad (12)$$

Da von *Hertz* [7] empirisch Gl. (13) als Näherung ermittelt wurde, gilt Gl. (14). Es ist anzumerken, dass Gl. (13) nicht völlig auf Empirie gründet, sondern bei Wahl einer entsprechenden Ansatzfunktion vierter Ordnung für die Verteilung der Abminderung  $k_c(\theta(z))$  in einer Querschnittshälfte gut nachvollziehbar ist.

$$\eta_{EI} \approx \eta_f^{4/3} \quad (13)$$

$$a_{zEI} \approx \frac{h}{2} \cdot (1 - \eta_f^{4/3}) = \frac{h}{2} \cdot \left(1 - \left(\frac{k_{c,m}}{k_c(\theta_M)}\right)^{4/3}\right) \quad (14)$$

## 2.2.3 Anmerkungen zum Maß $a_z$

In Vergleichsrechnungen zeigt sich, dass die Auswertung des Integrals nach Gl. (5) zur Bestimmung des Maßes  $a_z$  und die oben angesprochene Näherungsformel Gl. 4.15 nach ENV keine praxisrelevanten Unterschiede aufweisen, wenn eine ausreichende Anzahl von Zonen berücksichtigt wird. Weiterhin ergeben Vergleichsrechnungen, dass Gl. (13) die Berechnung nach Gl. (11) baupraktisch ausreichend nähert. Allerdings werden mit Gl. (11) bzw. Gl. (13) immer größere Maße  $a_{zEI}$  ermittelt, als durch Ablesen des entsprechenden Diagramms nach Bild B.3 der Vornorm ENV. Es wird daher empfohlen, diese Diagramme nicht zu verwenden.

Streng genommen gelten die obigen Herleitungen für  $a_z$  nur für eine unendlich ausgedehnte, zweiseitig beflamnte Wand. Unter der Näherung, dass die Isothermen auch in mehrseitig beflamnten, begrenzten Querschnitten (z. B. vierseitig beflamnter Rechteckquerschnitt) parallel zu den Seiten verlaufen, gilt das Maß  $a_z$  ebenso für solche Querschnitte. An jeder beflamnten Seite wird entsprechend das Maß  $a_z$  abgezogen. Bewehrung in der Randzone  $a_z$  darf in der Zonenmethode angesetzt werden. Dies ist nicht weiter verwunderlich, da es sich hierbei nur um eine geometrische Hilfsgröße ohne physikalischen Hintergrund handelt. Ähnlich kann bei dem Hinweis argumentiert werden, dass der Rand des Querschnitts, der die Lastabtragung in erster Linie übernimmt, vgl. Darstellungen der Autoren [9], in der Zonenmethode weggenommen wird.

## 2.3 Besonderheiten bei Druckgliedern

In der Zonenmethode werden Biegebauteile und Druckglieder grundsätzlich unterschieden, siehe hierzu die Größe des Maßes  $a_z$  nach Abschn. 2.2.

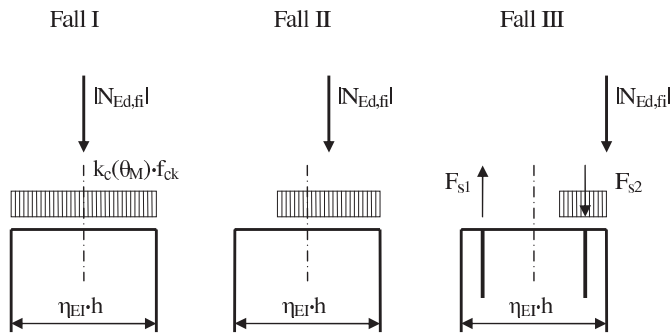


Bild 3. Fallunterscheidung zur Ermittlung der kritischen Last nach Hertz

Fig. 3. Case differentiation for the critical load calculation according to Hertz

Zusätzlich wird die Ermittlung der kritischen Last  $N_{Rd,fi}$  für Druckglieder in drei Fälle untergliedert, Bild 3: I. Zentrische Druckkraft ohne Moment, II. Exzentrische Druckkräfte, die ohne Zugspannungen aufgenommen werden können und III. Exzentrische Druckkräfte, bei denen Zugspannungen durch Bewehrung aufgenommen werden müssen.

Fall I wird nach Hertz [8] durch die Knicklast  $N_{Rd,fi}$  nach Euler unter Berücksichtigung eines spannungsabhängigen E-Moduls für Beton und Betonstahl behandelt. Für einen Querschnitt unter Vernachlässigung des Betonstahls gilt  $N_{Rd,fi}$  nach Gl. (15a). Die Abhängigkeit des E-Moduls des Betons von der Betonspannung  $\sigma_c$  wird in Gl. (15b) gezeigt.

$$N_{Rd,fi} = \frac{\pi^2 \cdot E_{c,Hertz}(\theta, \sigma_c) \cdot I_{c,red}}{l_{eff}^2} = \frac{\pi^2 \cdot E_c(\theta) \cdot I_{c,red}}{l_{eff}^2} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_c}{f_{ck}(\theta)}\right) \quad (15a)$$

$$E_{c,Hertz}(\theta, \sigma_c) = E_c(\theta) \cdot \left(1 - \frac{\sigma_c}{f_{ck}(\theta)}\right) \quad (15b)$$

Da  $\sigma_c$  zunächst unbekannt ist und Bewehrung ebenfalls berücksichtigt werden soll, wird für die kritische Last  $N_{Rd,fi}$  des bewehrten Druckglieds im Brandfall die Rankineformel Gl. (20) verwendet, siehe Hertz [8] bzw. Petersen [10]. Für den E-Modul des Betonstahls gilt hierbei Gl. (15b) analog. Die Traganteile der Rankineformel sind in den Gl. (16) bis Gl. (19) beschrieben.

$$F_{sufi} = A_s f_{sk}(\theta) \quad (16)$$

$$F_{cufi} = A_{c,red} f_{ck}(\theta) \quad (17)$$

$$F_{sEfi} = \frac{\pi^2 \cdot E_s(\theta) \cdot I_s}{l_{eff}^2} \quad (18)$$

$$F_{cEfi} = \frac{\pi^2 \cdot E_c(\theta) \cdot I_{c,red}}{l_{eff}^2} \quad (19)$$

Hierbei sind  $E_s(\theta)$  der temperaturabhängige E-Modul des Stahls,  $I_s$  das Flächenträgheitsmoment des Betonstahls und

$l_{eff}$  die Knicklänge des Druckglieds. Die Parameter  $A_{c,red}$  und  $I_{c,red}$  sind die Fläche bzw. das Flächenträgheitsmoment des um das Maß  $a_{zEI}$  reduzierten Betonquerschnitts.

$$\frac{1}{N_{Rd,fi}} = \frac{1}{F_{sufi} + F_{cufi}} + \frac{1}{F_{sEfi} + F_{cEfi}} \quad (20)$$

Fall II wird auf Fall I zurückgeführt. Fall III arbeitet mit Momenten-Krümmungsbeziehungen ähnlich den Ausführungen zum Modellstützenverfahren nach Cyllok und Achenbach [9], wobei jedoch immer von einer maximalen Krümmung ausgegangen wird, was eine Bemessung für Fall III aufgrund der großen Verformungen sehr unwirtschaftlich machen würde.

Es ist anzumerken, dass in keinem der drei Fälle die thermischen Dehnungen berücksichtigt werden, siehe Hertz [8]. Für ein Verfahren nach der Plastizitätstheorie ist das nachvollziehbar, da hier aufgrund der großen unterstellten Verzerrungen des Querschnitts die thermischen Dehnungen ähnlich Eigenspannungen „herausplastizieren“.

Hertz [6] überprüft die Eignung der Zonenmethode für Druckglieder mit fünfzig Großversuchen. Fünfundvierzig dieser Versuche, also 90 %, sind den Untersuchungen von Haß [11] entnommen, die ausschließlich beidseitig gehaltene, ggf. rotationsbehinderte Stützen mit geringen oder ohne Ausmitten enthalten. Inwieweit die restlichen fünf untersuchten Versuche Kragstützen umfassen, ist den Autoren nicht bekannt. Die gute Übereinstimmung der Versagenszeitpunkte in Versuch und Nachrechnung durch Hertz gilt also für den Fall III (vor allem: Kragstützen) nur eingeschränkt.

### 3 Auslegung und Anwendung der Zonenmethode

Wie bereits dargelegt, ist die Zonenmethode ein Verfahren der Plastizitätstheorie. Es werden keine Arbeitslinien sondern temperaturabhängige, jedoch dehnungsunabhängige Materialeigenschaften verwendet. Zusätzlich wird bei Druckgliedern noch ein lastabhängiger Elastizitätsmodul vorausgesetzt und die Traglast nach Rankine ermittelt.

Insbesondere in der EN-Norm [4] werden für die Zonenmethode jedoch Arbeitslinien angegeben und beschrieben, dass mit der Zonenmethode „Verformungseinflüsse infolge Theorie II. Ordnung berücksichtigt werden können“. Daher wird in der Praxis und insbesondere in Bemessungsprogrammen die Zonenmethode als nichtlineares Verfahren verwendet und dadurch in Richtung der allgemeinen Verfahren gerückt.

Hierbei stellen sich jedoch zwei Fragen:

- Ist die Anwendbarkeit der Zonenmethode als nichtlineares Verfahren durch Nachrechnung mit Eichbeispielen, vgl. Abschn. 2.3, sichergestellt?
- Welche Randbedingungen (z. B. Vernachlässigung von thermischen Dehnungen, vgl. Abschn. 2.3) gelten für die Anwendbarkeit?

#### 3.1 Zonenmethode als nichtlineares Verfahren und Eichbeispiele

Die Anwendbarkeit einer nichtlinearen Zonenmethode für Biegebauteile ohne Normalkraft erscheint problemlos:

Für den hierbei betrachteten Grenzzustand der Tragfähigkeit kann unterstellt werden, dass sich für die Tragfähigkeit  $F_{uffi} = F_{cufi} + F_{sufi}$  der Druckzone ausreichend große Verzerrungen einstellen können. Die resultierenden Verformungen müssen nicht weiter betrachtet werden, da ein Stabilitätsversagen i. d. R. ausgeschlossen werden kann, vgl. auch *Hosser et al.* [12].

Bei schlanken Druckgliedern ist die Situation aufgrund ihrer Verformungsempfindlichkeit anders, da die Nachrechnungen von *Hertz*, vgl. Abschn. 2.3, nur für Spezialfälle gültig sind, nicht für ein durchgängiges nichtlineares Verfahren. Weiterhin ist der Nachweis der Anwendbarkeit einer nichtlinearen Zonenmethode für Druckglieder mithilfe von Versuchsergebnissen nicht leicht möglich, da diese nicht allgemein zugänglich sind, vgl. z. B. *Haß* [11]. Die Allgemeinen Verfahren stehen zwar ebenfalls vor dem Problem, dass Ergebnisse zu Kragstützenversuchen nicht allgemein zugänglich sind. Das ist aber auch nicht zwingend erforderlich, da bei diesen Verfahren nur die elastische Biegesteifigkeit durch eine nichtlineare Momenten-Krümmungsbeziehung des Querschnitts ersetzt wird und somit alle Versuche herangezogen werden können, die das Last-Verformungsverhalten eines brandbeanspruchten Querschnitts beschreiben, vgl. *Quast* [13].

Aus diesen Überlegungen heraus, werden ausgewählte Beispiele, siehe Abschn. 4, mit den Allgemeinen Verfahren berechnet und als Eichbeispiele für das Zonenverfahren verwendet. Dies geschieht in Anlehnung an das Vorgehen *Hosser et al.* [14] zur Entwicklung von Eichbeispielen.

### 3.2 Randbedingungen einer nichtlinearen Zonenmethode

Die Zonenmethode erfasst die Reduzierung der aufnehmbaren Druckkraft und der Steifigkeit von Beton und Betonstahl. Als Verfahren der Plastizitätstheorie vernachlässigt sie die thermischen Dehnungen.

Wie *Hosser et al.* [5] allgemein beschreiben, führt die Vernachlässigung der thermischen Dehnungen in der Zonenmethode bei der nichtlinearen Verwendung zu unsicheren Traglasten  $N_{Rd,fi}$ . Der Grund hierfür ist darin zu suchen, dass sich eine nicht zu vernachlässigende Stauchung von randnaher Druckbewehrung infolge thermischer Dehnung ergibt, wie z. B. *Cyllok* und *Achenbach* [9] erläutern.

Für eine bestimmte Drucknormalkraft sei ohne Berücksichtigung der thermischen Dehnung die spannungserzeugende Dehnung eines Bewehrungsstabes  $\epsilon_s = -0,75\text{‰}$  – der Stahl ist elastisch. Bei Berücksichtigung der thermischen Dehnung sei  $\epsilon_s = -2,75\text{‰}$  – der Stahl verlässt den Proportionalitätsbereich. Bei einer Steigerung der Drucknormalkraft kann bei Vernachlässigung der thermischen Dehnungen noch zusätzlich Kraft durch den Bewehrungsstab aufgenommen werden. Bei Berücksichtigung der thermischen Dehnungen geschieht dies nur noch in einem geringen Maß, siehe auch Bild 4 mit der Arbeitslinie „ $\sigma_{sEC}(\epsilon_s)$ “ nach der Vornorm des Eurocode.

Für den Beton gilt diese Überlegung nicht in dieser Form, da bei Steigerung der Drucknormalkraft Querschnittsbereiche bis in den Kern hinein aktiviert werden, vgl. *Cyllok* und *Achenbach* [9]. Infolge dieser Überlegungen wird von den Autoren die Regelung (9) nach Abschn. 4.3.3 der ENV so interpretiert, dass für Betonstahl unter

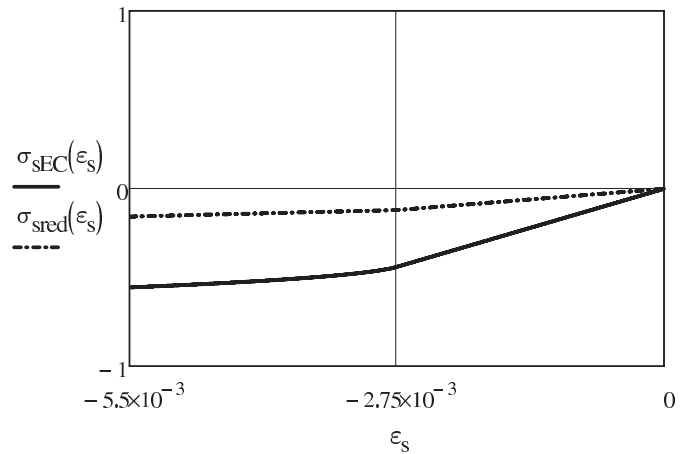


Bild 4. Druckbereich der Arbeitslinien für kaltverformten Bewehrungsstahl bei  $\theta = 500\text{ °C}$  (Kurven sind auf  $f_{yk}$  normiert)

Fig. 4. Stress-strain curves for cold-rolled reinforcing steel under compression at  $\theta = 500\text{ °C}$  (curves are scaled to  $f_{yk}$ )

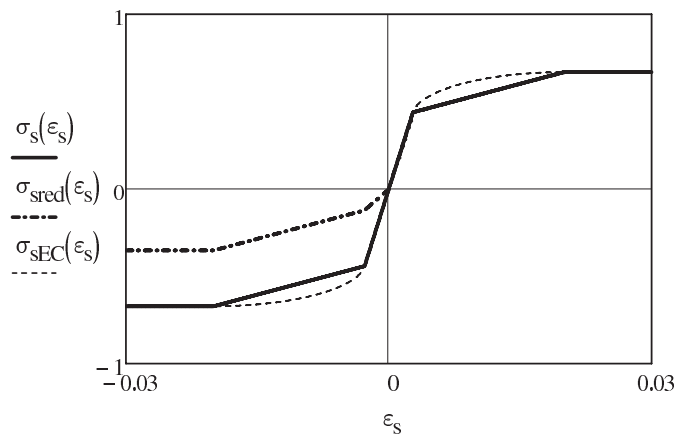


Bild 5. Arbeitslinien für kaltverformten Bewehrungsstahl für  $\theta = 500\text{ °C}$  (Kurven sind auf  $f_{yk}$  normiert)

Fig. 5. Stress-strain curves for cold-rolled reinforcing steel at  $\theta = 500\text{ °C}$  (curves are scaled to  $f_{yk}$ )

Druck eine (Vor-)Stauchung von 0,2% anzuwenden und diese über eine Spannungsreduktion auszudrücken ist. Dies erfolgt zweckmäßigerweise durch Modifizierung der Stahlarbeitslinie.

Die Umsetzung der 0,2%-Stauchung als Spannungsreduktion  $\Delta\sigma_s$  erfolgt über den temperaturabhängigen E-Modul nach Gl. 21a, siehe auch Bild 4 und Bild 5 mit der spannungsreduzierten Arbeitslinie „ $\sigma_{sred}(\epsilon_s)$ “

$$\Delta\sigma_s = 0,2\% \cdot E_s(\theta) \quad (21a)$$

Die Arbeitslinie  $\sigma_{sred}(\epsilon_s)$  für den Druckbereich bei einer bestimmten Temperatur  $\theta$  wird entsprechend der Arbeitslinie für  $\sigma(\theta)$  nach Bild 3.3 aus DIN EN 1992-1-2 gebildet, vgl. auch Bild A.5 aus DIN V ENV 1992-1-2. Für die Stützstellen  $f_{sp,\theta}$  und  $f_{sy,\theta}$  gelten jedoch Gl. 21b bzw. 21c. Das heißt, der Betragswert dieser Spannungen wird reduziert.

$$f_{sp,\theta} = \sigma(\theta, \epsilon_{sp,\theta}) + \Delta\sigma_s \quad (21b)$$

$$f_{sy,\theta} = \sigma(\theta, \epsilon_{sy,\theta}) + \Delta\sigma_s \quad (21c)$$

Als zweites wesentliches Element für die Umsetzung der Zonenmethode als nichtlineares Verfahren wird von den Autoren neben der Regelung zu Betonstahl unter Druck der Ansatz einer Mittelpunktstemperatur  $\theta_M$  von mindestens 100 °C angesehen. Dies leitet sich wie folgt her: Für einen voll überdrückten Querschnitt ist die Dehnung bei Erreichen des Höchstwerts der Betondruckspannung (Scheiteldehnung  $\epsilon_{c1}$ ) nicht zu überschreiten. Nach *Hertz* [8], vgl. Abschn. 2.1, sollte hierbei die Betonstauchung  $\epsilon_c \geq 3,5\%$  betragen. Gesucht ist daher die Temperatur, bei der die Scheiteldehnung der Betonarbeitslinie bei 3,5‰ liegt. Diese ist nach der Vornorm ENV näherungsweise 100 °C.

#### 4 Überprüfung der Zonenmethode mit Eichbeispielen

Zur Überprüfung einer nichtlinearen Zonenmethode für verformungsempfindliche Bauteile (Druckglieder), siehe Abschn. 4.2, werden als Stichprobe drei mit den Allgemeinen Verfahren erzeugte Eichbeispiele, siehe Abschn. 4.1, nachgerechnet und ausgewertet. Diese stellen typische Druckglieder des Hochbaus dar. Basis für die Nachrechnung ist eine Brandeinwirkung gemäß Einheitstemperaturkurve [15].

Abweichend von *Hossers* [14] Vorschlag bei dem Vergleich von (programmierten) Verfahren mit Eichbeispielen die Versagenszeitpunkte bei gegebener Last zu untersuchen, werden in Anlehnung an das Vorgehen von *Quast* und *Richter* [16] Traglasten zu einem bestimmten Zeitpunkt  $t$  gegenübergestellt, siehe Abschn. 4.3. Zusätzlich werden wie z. B. bei *Hosser* et al. [12] in diesem Abschnitt Unterschiede in den Momenten-Krümmungsdiagrammen (M- $\kappa$ -Diagramme) von Eichbeispiel und Nachrechnung diskutiert.

Der Berechnung sowohl der Eichbeispiele als auch der Nachrechnungen sind die Materialeigenschaften für Stahl (gewählt: kaltverformter Betonstahl) und Beton (gewählt: Beton mit quarzhaltigem Zuschlag) des Anhangs A der Vornorm ENV [2] zugrunde gelegt, vgl. Arbeitslinie „ $\sigma_{sEC}(\epsilon_s)$ “ in Bild 5. Der nichtlineare Übergangsbereich II zwischen elastischem und plastischem Bereich wird auf der sicheren Seite liegend linear genähert, vgl. Arbeitslinie „ $\sigma_s(\epsilon_s)$ “ in Bild 5. Die Berechnung der Temperaturverteilung und die mechanische Analyse ist für Eichbeispiele und Nachrechnung mit dem FE-Programm Hydra [17] bzw. mit dem Mathematikprogramm Mathcad14 [18] durchgeführt. Die M- $\kappa$ -Linien der Zonenmethode sind zusätzlich mit dem Programm INCA [19] überprüft.

##### 4.1 Beschreibung der Eichbeispiele

Die Eichbeispiele S1 bis S3 sind so gewählt, dass die Fälle I, II und III nach *Hertz*, siehe Ziffer 2.3, abgedeckt werden. Sie beschreiben typische Druckglieder des Hochbaus. Es kommen ausschließlich allseitig beflammete Kragstützen zur Verwendung, Bild 6. Die Eichbeispiele basieren auf Beispielen und Angaben aus der Literatur:

- Eichbeispiel S1: Geringe bezogene Normalkraft  $v_{Ed}$  und mäßige bezogene Lastausmitte  $e_0/h$  (Fall III), Quelle: *Cyllok* und *Achenbach* [9]
- Eichbeispiel S2: hohe bezogene Normalkraft  $v_{Ed}$  und bezogene Lastausmitte  $e_0/h \approx 0$  (Fall I bzw. Fall II), Quelle: *Hosser* et al. [5]

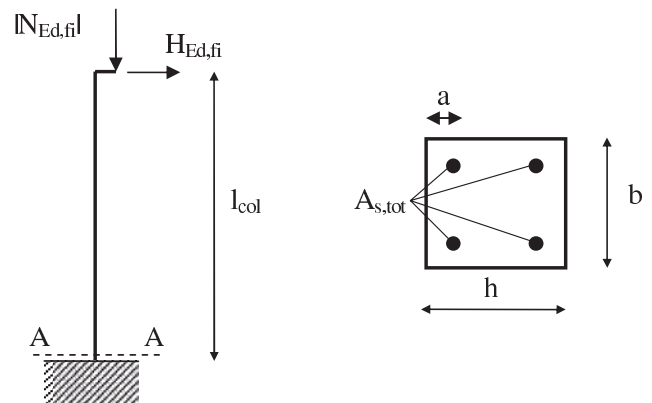


Bild 6. Statisches System und Querschnitt der Beispiele  
Fig. 6. Structural system and cross section for examples

- Eichbeispiel S3: geringe bezogene Normalkraft  $v_{Ed}$  und große bezogene Lastausmitte  $e_0/h$  (Fall III, Übergang zum Biegebauteil), Quelle: *Hosser* et al. [12]

In Tabelle 1 finden sich zusätzliche Informationen zu den Eichbeispielen. Hierin sind bereits Informationen für die Berechnung mit dem Zonenverfahren enthalten, siehe Abschn. 4.2.

Für jedes Eichbeispiel wird die Traglast entsprechend der Berechnungen mit den Allgemeinen Verfahren angegeben. Zur Ermittlung der Traglast  $N_{Rd,fi}$  wird die einwirkende Normalkraft  $N_{Ed,fi}$  bei konstanter planmäßiger Lastausmitte  $e_0$  solange gesteigert, bis das Versagen eintritt. Dies bedeutet, dass beginnend mit einer geringen Normalkraft  $N_{Ed,fi}$  die normalkraftabhängige Wider-

Tabelle 1. Eingangswerte der Eichbeispiele  
Table 1. Input values for calibrating examples

Eichbeispiel:	S 1	S 2	S 3
$l_{col}$ [m]	4,5	3,0	9,0
$b$ [cm]	40	30	45
$h$ [cm]	40	30	45
$f_{ck}$ [MPa]	30	20	30
$A_{s,tot}$ [cm <sup>2</sup> ]	24,6	24,6	44,3
$a$ [cm]	5,0	4,5	4,5
$t$ [min]	90	46	60
$N_{Ed,fi}$ [kN]	-328	-825	-218
$M_{Ed,fi,IA-A}$ [kNm]	51,0	12,4	127,4
$ v_{Ed}  =  N_{Ed,fi}  / (b \cdot h \cdot f_{cd}(20\text{ °C}))$	0,12	0,81	0,06
$e_0/h = (M_{Ed,fi,IA-A} /  N_{Ed,fi} ) / h$	0,39	0,05	1,30
$\lambda$	78	69	138
$T_{cM}$ [°C]	100	100	100
$T_s$ [°C]	520	340	430
$\epsilon_{s,th}$ [‰]	7,08	4,30	5,66
$a_z$ [cm]	4,2	2,5	3,4

stands- und Einwirkungslinie für eine immer wieder gesteigerte Normalkraft  $N_{Ed,fi}$  in ein  $M$ - $\kappa$ -Diagramm eingezeichnet wird, solange die Einwirkungslinie die Widerstandslinie noch berührt. Die höchste so ermittelte Normalkraft  $N_{Ed,fi}$  ist die Traglast  $N_{Rd,fi}$ . Dieser Punkt ist beispielsweise in Bild 8 für die Kurven „Eichbeispiel“ und „Einwirkung“ erreicht.

Zur Verwendung von  $M$ - $\kappa$ -Diagrammen vergleiche *Quast* [20]. In dieser Arbeit ist für die Einwirkung  $M_{Ed,fi}(\kappa)$  ein Verlauf der Krümmung  $\kappa(x)$  über die Stablänge unterstellt, der von seinem Minimum ( $\kappa(x=0) \approx 0$ ) am Kopf der Stütze zu seinem Maximum  $\kappa(x = \ell_{col})$  am Fuß der Stütze in etwa parabelförmig verläuft. Mit  $\ell_{eff} = 2 \cdot \ell_{col}$  und der planmäßigen Lastausmitte  $e_0 = \frac{M_{Ed,fi,I,A-A}}{N_{Ed,fi}}$  mit dem Moment  $M_{Ed,fi,I,A-A}$  nach Theorie I. Ordnung am Anschnitt A-A (siehe Bild 6) folgt Gl. (22).

$$M_{Ed,fi}(\kappa) = |N_{Ed,fi}| \cdot e_0 + \frac{1}{10} \ell_{eff}^2 \cdot \kappa \cdot |N_{Ed,fi}| \quad (22)$$

Es ist anzumerken, dass die  $M$ - $\kappa$ -Diagramme mit den aus der Literatur entnommenen Einwirkungen  $N_{Ed,fi}$  berechnet sind, nicht mit den etwas abweichenden, von den Autoren berechneten Traglasten  $N_{Rd,fi}$ .

## 4.2 Vergleichsrechnungen mit einer nichtlinearen Zonenmethode

Wie in Abschn. 3 bereits erläutert, wird die Zonenmethode als nichtlineares Verfahren insbesondere für Druckglieder unterschiedlich interpretiert. So verwenden einige Softwarehersteller die Variante A, mit einer Arbeitslinie des Bewehrungsstahls ohne Anpassungen im Druckbereich, da dies in der Norm EN [4] nicht explizit gefordert ist, vgl. Arbeitslinie „ $\sigma_s(\epsilon_s)$ “ in Bild 5. Es sei angemerkt, dass die Umsetzung der Variante A im Prinzip mit jedem Programm zur Kaltbemessung einer Stütze möglich ist. Dieser Variante gegenüber steht die Interpretation der Autoren, vgl. Abschn. 3.2, die folgend als Variante B bezeichnet wird, vgl. Arbeitslinie „ $\sigma_{sred}(\epsilon_s)$ “ in Bild 5. Ebenfalls von den Autoren [9] stammt der Vorschlag für Variante C, die Druckbewehrung ausfallen zu lassen. Er erfolgte in Anlehnung an die Vernachlässigung der Druckbewehrung bei reinen Biegebauteilen nach *Hertz* [7]. Schließlich findet sich in der Literatur z. B. bei *Müller* und *Giese* [21] die Anregung, in Anlehnung an die Allgemeinen Verfahren näherungsweise die Arbeitslinie des Bewehrungsstahls um das Maß der thermischen Dehnung zu verschieben. Sie wird im Folgenden als Variante D bezeichnet.

Andere Auslegungen schlagen zusätzlich Anpassungen der Steifigkeit des Betonquerschnittes, z. B. durch Vorgabe des Maßes  $a_z$  oder durch Erhöhung der Temperatur  $\theta_M$  sowie Verschiebung der Betonarbeitslinie um das Maß der thermischen Dehnung vor. Im Rahmen dieses Aufsatzes werden die Anpassungen am Beton jedoch nicht berücksichtigt, da hier nach Meinung der Verfasser zu weit von den Grundannahmen der Zonenmethode abgewichen wird. Vielmehr werden durch diese Modifikationen neue Methoden entwickelt.

Für die Berechnungen nach der Zonenmethode in den Varianten A bis D gelten folgende Annahmen:

- Beschränkung der Betonstauchung auf  $\epsilon_{c1}(\theta)$  (Parabelscheitel)
- Ansatz einer Mittelpunktstemperatur  $\theta_M$  von  $= 100$  °C, vgl. Abschn. 3.2
- Beschränkung der Stahldehnung auf  $\epsilon_{s2} = 150$  ‰ nach Bild A.5 aus DIN V ENV 1992-1-2
- Anordnung der Bewehrung konzentriert in den Ecken (jeweils vier Stäbe)
- Ermittlung von  $a_z$  aus numerischer Integration nach Gl. (5) und (14)
- Zur Ermittlung von  $a_z$  wird  $k_c(\theta)$  aus Anhang A der ENV [2] verwendet
- Berücksichtigung von Nettoquerschnitten (außer bei Variante D: Ausfall der Bewehrung auf Druck)

## 4.3 Ergebnisse und Auswertung der Vergleichsrechnungen

Die Auswertung, ob die Vergleichsrechnungen, siehe Abschn. 4.2, die Eichbeispiele ausreichend gut abbilden, erfolgt zum einen quantitativ über den Vergleich der Traglasten  $N_{Rd,fi}$  und zum anderen qualitativ mit einer Gegenüberstellung der  $M$ - $\kappa$ -Verläufe. *Hosser et al.* [14] geben an, dass eine definierte (programmierte) Lösung für die Bestimmung der Feuerwiderstandsdauer dann als geeignet anzusehen ist, wenn die Versagenszeitpunkte von Nachrechnung und Eichbeispiel nicht mehr als 15 Minuten voneinander abweichen. Später wird dieses Kriterium noch auf bis zu 30 Minuten aufgeweicht. Bezieht man das strengere Kriterium auf eine angestrebte Feuerwiderstandsdauer von 60 Minuten, so entsprechen 15 Minuten Abweichung einer prozentualen Abweichung von 25%. Bei einer Bezugsgröße von 90 Minuten sind es noch 16%. Angewendet auf Traglasten wird von den Autoren als Annahmekriterium für ein Verfahren zur Bestimmung der Feuerwiderstandsdauer eine prozentuale Abweichung der Traglasten von maximal 20% gewählt.

Zusätzlich wird gefordert, dass sich die  $M$ - $\kappa$ -Verläufe von Nachrechnung und Eichbeispiel ähneln, d. h. das z. B. Momenten-Maxima in etwa bei der gleichen Verkrümmung zu finden sind oder Steifigkeiten (d. h. die Steigung der Kurve an einem bestimmten Punkt) nicht zu weit auseinander liegen. Die Beurteilung erfolgt qualitativ.

Als Ergebnis der folgenden Untersuchung zeigt sich, dass nur mit der Variante B ausreichend genaue Traglasten bei ausreichend genauer Abbildung des  $M$ - $\kappa$ -Verlaufs bestimmt werden:

- Variante A (Druckbewehrung ohne Abminderung):  
Traglasten: zu hoch (unsicher); Abbildung  $M$ - $\kappa$ -Verlauf: in Ordnung
- Variante B (Reduzierte Spannung für Druckbewehrung):  
Traglasten: in Ordnung; Abbildung  $M$ - $\kappa$ -Verlauf: in Ordnung
- Variante C (Ausfall der Druckbewehrung):  
Traglasten: zu niedrig; Abbildung  $M$ - $\kappa$ -Verlauf: in Ordnung
- Variante D (Eingeprägte Stauchung der Druckbewehrung):  
Traglasten: in der Regel zu niedrig; Abbildung  $M$ - $\kappa$ -Verlauf: zu große Abweichungen

Hiermit ist allerdings noch nichts über das genaue Sicherheitsniveau bzw. den genauen Anwendungsbereich einer

(programmierten) Lösung bzw. eines Verfahrens ausgesagt. Um dieses bestimmen zu können, sind noch weitere Untersuchungen nötig. Da die Stahlarbeitslinien nach DIN EN 1992-1-2 und DIN V ENV 1992-1-2 identisch sind und die Betonarbeitslinien sich nur marginal unterscheiden, sind die Ergebnisse dieser Untersuchung auf beide Normen anwendbar.

### 4.3.1 Traglasten für Beispiele S1 bis S3

Die berechneten Traglasten der Varianten A bis D können Tabelle 2 entnommen werden. In Klammern ist die prozentuale Abweichung zur Traglast des Eichbeispiels angegeben. Mit Berechnung nach Variante A („Druckbewehrung ohne Abminderung“) werden die Traglasten bei allen drei Beispielen überschätzt. Die zwei Eichbeispiele S1 und S2 sogar mit 35% und mehr. Eine Modellierung mit Variante A ist daher abzulehnen und nur als „obere Grenze“ für die Traglast anzusehen.

Variante B („reduzierte Spannung im Druckbereich“) weicht von den Eichbeispielen in Bezug auf die Traglast um – 18% bis + 20% ab. Nach dem oben definierten Lastkriterium darf eine Modellierung mit Variante B angenommen werden.

Variante C („Ausfall der Druckbewehrung“) liefert für die Eichbeispiele S1 und S3 nur geringe von Variante B abweichende Ergebnisse, d. h. die Druckbewehrung trägt hier nur zu einem geringen Teil mit. Beim Eichbeispiel S2, das sich durch seine hohe Normalkraft auszeichnet, wird das Tragverhalten erwartungsgemäß stark unterschätzt (Prozentuale Abweichung: –38%), da die gesamte Bewehrung gedrückt wird und einen großen Teil der Last tragen würde, jedoch definitionsgemäß ausfällt. Die Variante C ist somit abzulehnen und dient allenfalls als Abschätzung oder Plausibilitätsprüfung.

Variante D liefert bei allen drei Beispielen stets geringere Traglasten als das allgemeine Verfahren. Daraus darf aber nicht geschlossen werden, dass dieser Ansatz stets auf der sicheren Seite liegende Ergebnisse liefert. Die eingeprägte Vorstauchung kann auch als Zugvorspannung des Querschnitts mit der „Vorspannkraft“  $F_v = \sigma_s(\epsilon_{th}) \cdot A_s$  interpretiert werden. Für  $|N_{Ed,fi}| < |F_v|$  verbleibt bei der Bemessung eine Zugkraft im Querschnitt, für  $|N_{Ed,fi}| > |F_v|$  wird der Betonquerschnitt entlastet. Im letzteren Fall sind

Tabelle 2. Traglasten  $|N_{Rd,fi}|$  in [kN] – Abweichungen zum Eichbeispiel in Klammern

Table 2. Ultimate loads  $|N_{Rd,fi}|$  [kN] – deviation to calibrating examples in brackets

	S1	S2	S3
<b>Var. A – ohne Abminderung</b>	405 (+35%)	1139 (+40%)	258 (+14%)
<b>Var. B – red. Spannung</b>	361 (+20%)	669 (–18%)	230 (+2%)
<b>Var. C – Ausfall bei Druck</b>	355 (+18%)	507 (–38%)	218 (–4%)
<b>Var. D – eingep. Stauchung</b>	218 (–27%)	637 (–22%)	179 (–21%)
<b>Eichbeispiel</b>	300	815	226

Traglasten zu erwarten, die auf der unsicheren Seite liegen können.

### 4.3.2 Verformungsverhalten für Beispiel S1

In Bild 7 sind die  $M$ - $\kappa$ -Linien für das Eichbeispiel S1 und dessen Nachrechnungen dargestellt. Variante A und D erreichen annähernd das gleiche maximal aufnehmbare Moment wie das Eichbeispiel, allerdings bei unterschiedlichen Krümmungen. Die eingeprägte Vordehnung der Variante D wird bei genügend großen Krümmungen überwunden, so dass die volle aufnehmbare Zugkraft der Bewehrung zur Verfügung steht. Das Tragverhalten kann somit als plastisch bezeichnet werden: die thermischen Dehnungen „plastizieren heraus“.

Variante B und C erreichen bedingt durch den Ansatz einer reduzierten Spannung nur ein geringeres maximal aufnehmbares Moment. Die Traglast wird bei einer Krümmung am Fußpunkt im Bereich von 15 bis  $20 \frac{1}{\text{km}}$  erreicht. Der genaue Wert für  $\kappa$  wird von der verwendeten Arbeitslinie des Stahles bestimmt. Variante A weist in dem genannten Bereich bezogen auf das Eichbeispiel ein deutlich zu hohes aufnehmbares Moment jedoch bei ähnlichem Steifigkeitsverlauf auf. Die Varianten B und C liefern beim aufnehmbaren Moment in diesem Bereich eine bessere Übereinstimmung mit dem Eichbeispiel und ebenfalls einen ähnlichen Steifigkeitsverlauf.

Variante D zeigt einen deutlich abweichenden Kurvenverlauf. Wird, wie oben beschrieben, die eingeprägte Vorstauchung als Zugvorspannung interpretiert, wird das Tragverhalten verständlich. Im Bereich geringer Krümmungen ist das aufnehmbare Moment gering, da der Beton gedehnt wird und demzufolge nicht mitträgt. Eine Zunahme der Krümmung bewirkt dann ein Fließen der Bewehrung, was mit einer geringen Zunahme des aufnehmbaren Moments einhergeht. Durch eine weitere Steigerung der Krümmungen wird der Beton mehr und mehr aktiviert, und das aufnehmbare Moment wächst deutlich an. Bemerkenswert dabei ist auch, dass sich bei der Ermittlung der Traglast für Variante D erhebliche Krümmungen im Gleichgewichtszustand einstellen. Ein Gleichgewicht lässt sich nur nach Überwinden des dargestellten, nahezu horizontalen Kurvenabschnittes finden, die auftretenden Verformungen werden deutlich überschätzt.

Im Ergebnis erfüllen die Varianten A, B und C das qualitative Annahmekriterium für dieses Beispiel zu Fall III nach Hertz (Exzentrische Druckkräfte, bei denen Zugspannungen durch Bewehrung aufgenommen werden muss).

### 4.3.3 Verformungsverhalten für Beispiel S2

Bild 8 zeigt einen Ausschnitt der  $M$ - $\kappa$ -Kurven für das Eichbeispiel S2 im Krümmungsbereich bis  $\kappa = 20 \frac{1}{\text{km}}$ .

Bei den Varianten A bis D ist die Beschränkung der Betonstauchung maßgebend für die Ermittlung des aufnehmbaren Momentes. Variante A zeigt ein deutlich zu steifes Verhalten, was zu der bereits angeführten, deutlich überschätzten Traglast führt. Die Verläufe der Varianten B

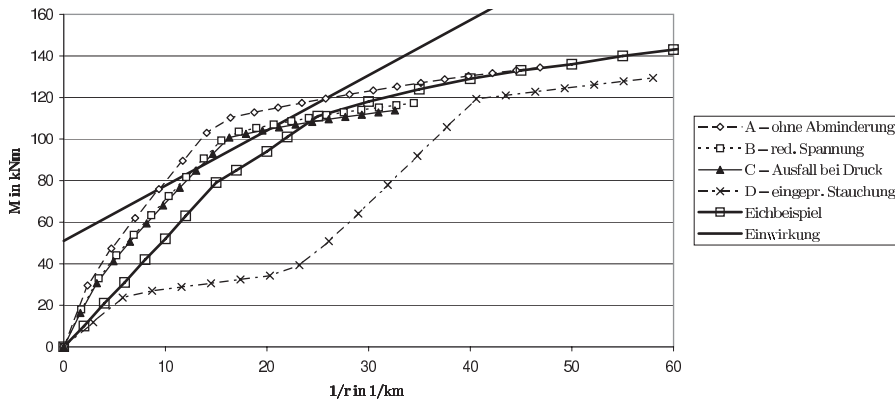


Bild 7. Momenten-Krümmungsdiagramm für S1 mit  $N_{Ed,fi} = -328 \text{ kN}$   
 Fig. 7. Moment-curvature diagram of S1 for  $N_{Ed,fi} = -328 \text{ kN}$

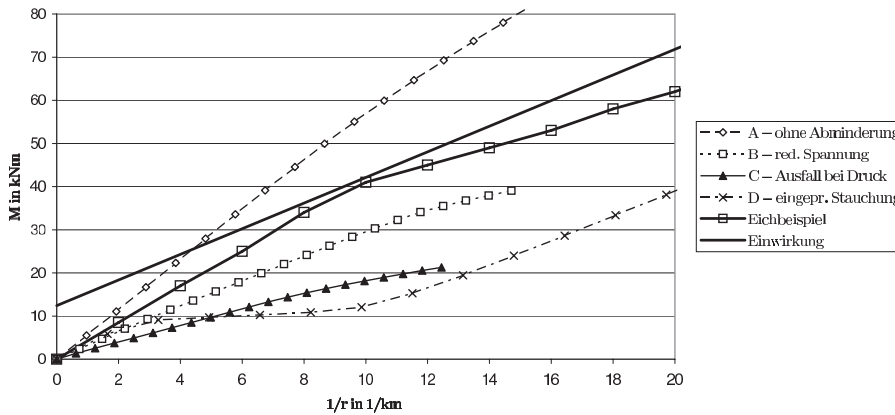


Bild 8. Momenten-Krümmungsdiagramm für S2 mit  $N_{Ed,fi} = -825 \text{ kN}$   
 Fig. 8. Moment-curvature diagram of S2 for  $N_{Ed,fi} = -825 \text{ kN}$

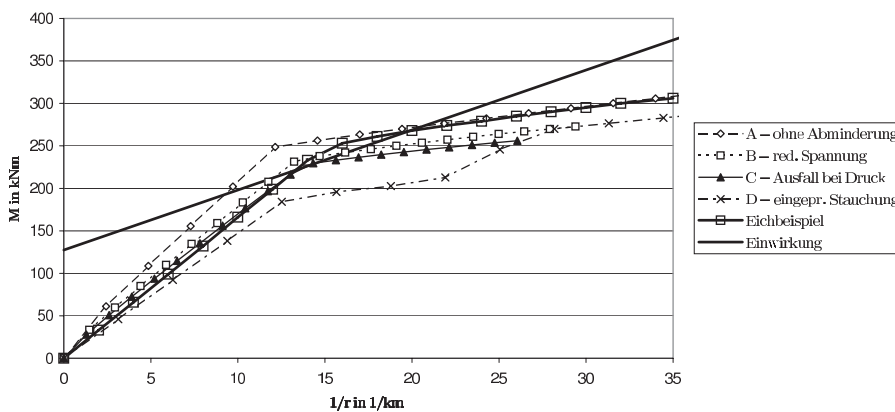


Bild 9. Momenten-Krümmungsdiagramm für S3 mit  $N_{Ed,fi} = -218 \text{ kN}$   
 Fig. 9. Moment-curvature diagram of S3 for  $N_{Ed,fi} = -218 \text{ kN}$

und C ähneln im Verlauf dem Eichbeispiel, jedoch mit zu geringen Steifigkeiten. Variante D zeigt wie beim Beispiel S1 einen deutlich vom Eichbeispiel abweichenden Kurvenverlauf. Anders als beim vorhergehenden Beispiel befindet sich bei der Ermittlung der Traglast der Gleichgewichtspunkt vor dem nahezu horizontalen Ast: die Verformungen werden unterschätzt.

Im Ergebnis erfüllen wiederum die Varianten A, B und C das qualitative Annahmekriterium für dieses Beispiel zu Fall I bzw. II nach Hertz (Zentrische Druckkraft nahezu ohne Moment).

#### 4.3.4 Verformungsverhalten für Beispiel S3

Bild 9 enthält die  $M-\kappa$ -Linien für das dritte Beispiel für Krümmungen bis 35 1/km. Hier sind die Kurven für Variante B und C im Vergleich zum allgemeinen Verfahren für Krümmungen bis etwa 15 1/km deckungsgleich. Für Vari-

ante A und D gelten die bei S1 gemachten Anmerkungen. Im Ergebnis erfüllen ebenfalls die Varianten A, B und C das qualitative Annahmekriterium für dieses Beispiel.

### 5 Empfehlungen für die Praxis und Ausblick

Im vorliegenden Beitrag wird gezeigt, dass die Zonenmethode für typische Druckglieder des Hochbaus als nichtlineares Verfahren verwendet werden kann, wenn im Rahmen der Modellierung nach DIN V ENV 1992-1-2 die aufnehmbaren Spannungen der Stahlarbeitslinie im Druckbereich um das Maß 0,2% mal temperaturabhängiger Stahl-E-Modul gemindert werden und eine Mittelpunktstemperatur  $\theta_M$  von  $\geq 100 \text{ °C}$  berücksichtigt wird. Nachgewiesen wird dies anhand von Stichproben in Form von Eichbeispielen aus der Literatur, die mit den allgemeinen Verfahren überprüft sind. Die Eichbeispiele zeigen ebenfalls, dass andere untersuchte Modifikationen der Stahl-

arbeitslinie nur als Näherung gelten dürfen. Interpretationen der Zonenmethode, die deutlich über die Norm hinausgehen, werden nicht untersucht.

Dennoch sind die genauen Anwendungsgrenzen für die Zonenmethode, also die Frage ob bestimmte Grenzfälle noch als typische Druckglieder des Hochbaus anzusehen sind, durch weitere Stichproben/Eichbeispiele abzustecken. Als Fazit ist die Zonenmethode für typische Druckglieder des Hochbaus, wenn die oben beschriebenen Anpassungen berücksichtigt werden, ein leicht verständliches Verfahren zur Heißbemessung, welches sinnvolle Ergebnisse liefert und daher einen Platz im Deutschen Anhang des Eurocodes DIN EN 1992-1-2 haben sollte.

## Literatur

- [1] DIN 4102-4:1994-03: Brandverhalten von Baustoffen und Bauteilen – Zusammenstellung und Anwendung klassifizierter Baustoffe, Bauteile und Sonderbauteile.
- [2] DIN V ENV 1992-1-2:1997-05. Eurocode 2: Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1–2: Allgemeine Regeln – Tragwerksbemessung für den Brandfall.
- [3] DIN-Fachbericht 92: Nationales Anwendungsdokument (NAD) Richtlinie zur Anwendung von DIN V ENV 1992-1-2:1997-05, 2000.
- [4] DIN EN 1992-1-2:2006-10. Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1–2: Allgemeine Regeln – Tragwerksbemessung für den Brandfall.
- [5] Hosser, D. und Richter, E.: Überführung von EN 1992-1-2 in EN-Norm und Bestimmung der national festzulegenden Parameter (NDP) im Nationalen Anhang zu EN 1992-1-2. Schlussbericht. Stuttgart: Fraunhofer IRB, 2007.
- [6] Hertz, K.: Comments on simplified calculation method for fire exposed concrete columns. Report, Department of Buildings and Energy, Technical University of Denmark. 1998.
- [7] Hertz, K.: Analyses of Pressurised Concrete Structures Exposed to Fire. Report No. 174, Institute of Building Design, Technical University of Denmark. 1985.
- [8] Hertz, K.: Analyses of concrete structures exposed to fire. Lecture Notes, Technical University of Denmark. 2007.
- [9] Cyllok, M. und Achenbach, M.: Vereinfachte Bemessung brandbeanspruchter Stahlbetonkragstützen in Anlehnung an EC2. Beton- und Stahlbetonbau 103 (2008), Heft 7, S. 464–471.
- [10] Petersen, C.: Statik und Stabilität der Baukonstruktionen. 2.Auflage. Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg Verlag, 1982.
- [11] Haß, R.: Zur praxisgerechten brandschutztechnischen Beurteilung von Stützen aus Stahl und Beton. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1985.
- [12] Hosser, D. und Richter, E.: Konstruktiver Brandschutz im Übergang von DIN 4102 zu den Eurocodes, in: Betonkalender 2009 Teil 1, S. 499–553, Berlin: Ernst & Sohn, 2009.
- [13] Quast: Nichtlineare Statik im Stahlbetonbau. Berlin: Bauwerk Verlag, 2006.
- [14] Hosser, D., Richter, E. und Zehfuß, J.: Erarbeitung von Nationalen Anwendungsrichtlinien für rechnerische Nachweise nach den Brandschutzteilen der Eurocodes 2-5. Forschungsbericht, Technische Universität Braunschweig, 1999 (Revision März 2002).
- [15] DIN 4102-2:1977-09: Brandverhalten von Baustoffen und Bauteilen – Bauteile – Begriffe, Anforderungen und Prüfungen.
- [16] Quast, U. und Richter, E.: Vereinfachte Berechnung von Stahlbetonstützen unter Brandeinwirkung. Beton- und Stahlbetonbau 103 (2008), Heft 2, S. 119–125.
- [17] Hydra Version 11.31, Grundwasser- und Wärmemodelle nach der Finite-Element-Methode, © 2008 SOFiStiK AG, Oberschleissheim.
- [18] Mathcad 14.0 M011, © 2007 Parametric Technology Corporation.
- [19] INCA2 Version 2.63, Uwe Pfeiffer, Programm zur interaktiven Berechnung von Massivbau-Querschnitten, <http://www.mb.tu-harburg.de>.
- [20] Quast, U.: Stützenbemessung, in: Betonkalender 2004 Teil 2, S. 375–448, Berlin: Ernst & Sohn, 2004.
- [21] Müller, A. und Giese, Y.: Möglichkeiten einer vereinfachten Bestimmung der Feuerwiderstandsdauer, Ausblick auf die Entwicklung künftiger Arbeitshilfen, in: Feuerwiderstandsdauer nicht geregelter Bauteile aus Stahlbeton, München, 25. 9. 2007.



Dr.-Ing. Michael Cyllok  
michael.cyllok@lga.de



Dipl.-Ing. Marcus Achenbach  
marcus.achenbach@lga.de

LGA Landesgewerbeamt Bayern KdöR  
Bereich Prüfstatik  
Tillystraße 2  
90431 Nürnberg

Michael Cyllok  
 Marcus Achenbach

# Bemessung von Stahlbetonstützen im Brandfall: Absicherung der nicht-linearen Zonenmethode durch Laborversuche

Die nicht-lineare Zonenmethode kann für die Bemessung von Stahlbetonstützen im Brandfall verwendet werden. Sie bildet die wesentlichen mechanischen Auswirkungen einer Brandbeanspruchung ab und wurde durch einen Ergebnisvergleich nachgewiesen. Hierzu wurden Traglasten und Verformungskurven sowohl mit der nicht-linearen Zonenmethode als auch mit den Allgemeinen Rechenverfahren bestimmt und beurteilt.

In Ergänzung dieses Nachweises wird im vorliegenden Beitrag statistisch untersucht, ob eine Nachrechnung von Laborversuchen mit der nicht-linearen Zonenmethode eine ausreichende Sicherheit nach DIN 4102-2 erreicht.

Die vorliegenden Laborversuche werden hierzu mit ihren Systemparametern dargestellt. Nicht genau bekannte Randbedingungen werden durch begründete Annahmen vervollständigt. Besonderheiten der Nachrechnung der Laborversuche mit der nicht-linearen Zonenmethode werden beleuchtet. Die statistische Auswertung dieser Nachrechnung zeigt die relevanten Kennzahlen, mit denen im Ergebnis eine ausreichende Sicherheit nach DIN 4102-2 nachgewiesen werden kann.

## Design of Reinforced Concrete Columns exposed to Fire: Validation of Simplified Method (Zone Method) by Tests

*The nonlinear zone method (simplified calculation method) can be used for design of reinforced concrete columns exposed to fire. The decisive action effects of a fire exposure on the structural behaviour are considered by this method and have been proofed by a comparison of ultimate loads and deformation curves computed by using nonlinear zone method as well as using advanced method.*

*In addition, this article statistically evaluates how safe – according to DIN 4102-2 – published full scale tests can be modelled by using nonlinear zone method.*

*Information to mentioned tests is shown. Reasonable assumptions are given for not published boundary conditions. The application of nonlinear zone method is explained. The statistical evaluation leads to governing key data, which proof adequate safety according to DIN 4102-2.*

## 1 Eignung eines Bemessungsverfahrens für Stahlbetonstützen im Brandfall

In der unmittelbar bevorstehenden Einführung der Eurocodes für Deutschland ist auch die Norm DIN EN 1992-1-2 [1] samt deutschem Anhang enthalten. Der maßgeblich auf dem Bericht von Hosser et al. [2] basierende Anhang lehnt aufgrund in der Norm unvollständiger Aufbereitung das Näherungsverfahren „Zonenmethode“ für die Bemessung

von Stahlbetonstützen im Brandfall ab. Er soll jedoch so erweitert werden, dass eine Bemessung mit der nicht-linearen Zonenmethode nach Cyllok und Achenbach [3] möglich wird.

In der genannten Arbeit [3] fordern die Autoren, dass über die untersuchten Eichbeispiele hinaus weitere Untersuchungen den sicheren Anwendungsrahmen der nicht-linearen Zonenmethode abstecken sollten. Für die Allgemeinen Verfahren ist dies durch die Arbeit von Haß [4] geschehen, in der 47 Brandversuche mit Stahlbetonstützen rechnerisch simuliert und statistisch bewertet wurden. In Anlehnung an dieses Vorgehen werden im vorliegenden Beitrag die 47 Versuche von Haß mit der nicht-linearen Zonenmethode nachgerechnet und ebenfalls statistisch beurteilt.

## 2 Laborversuche und Nachrechnung mit Allgemeinen Verfahren

Die in dieser Arbeit verwendeten 47 Laborversuche wurden in der Arbeit von Haß [4] zusammengestellt. Haß gibt hierfür als Quelle die Arbeitsberichte des Sonderforschungsbereichs 148 (TU Braunschweig) an, die von Haß, Klingsch und Walter erarbeitet wurden. Haß rechnet die Versuchsergebnisse mit den Allgemeinen Verfahren in Anlehnung an den Eurocode [1] jedoch mit eigenen Arbeitslinien nach.

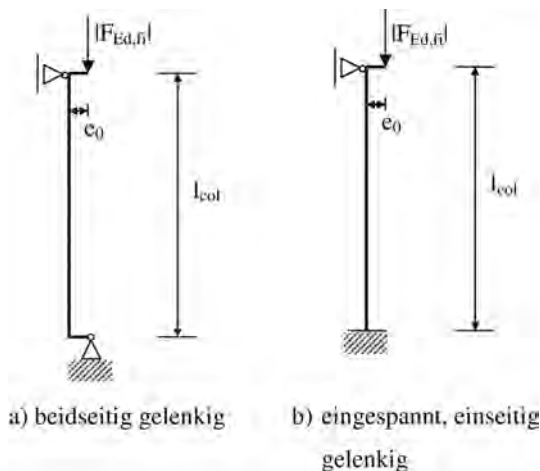
### 2.1 Dokumentierte Randbedingungen und Ergebnisse

In den Laborversuchen [4] wurden im Maßstab 1:1 rechteckige, symmetrisch (d. h. vierseitig) nach Einheitstemperaturzeitkurve (ETK) beflammete Hochbaustützen in Anlehnung an DIN 4102-2 [5] geprüft, von denen 42 näherungsweise beidseitig gelenkig gelagert waren (Bild 1a). Fünf Stützen waren einseitig eingespannt und auf der anderen Seite gelenkig gelagert (Bild 1b). Kragstützen wurden nicht untersucht. Die nach Haß [4] bzw. EC2-1-2 Backgrounddocument Nr. 182 [6] dokumentierten Randbedingungen sind Tabelle 1 zu entnehmen. Die Bezeichnungen entsprechen Bild 1 und Bild 2. Die Versuche lassen sich in die Fälle I bis III nach Hertz [7] (Druckglieder mit zentrischer bis stark exzentrischer Last) einordnen, vgl. Darstellung in Cyllok und Achenbach [3].

Die Stützen wurden mit der Drucknormalkraft  $F_{Ed,fi}$  belastet und solange beflammt, bis das Versagen eintrat.

**Tabelle 1. Dokumentierte Eingangswerte der Laborversuche**  
**Table 1. Documented input values for tests**

Stützenlänge $l_{col}$ [m]	3,70 bis 5,76
Querschnittsabmessungen (Breite $b$ [cm] × Höhe $h$ [cm])	20 × 20 bzw. 30 × 30 (ein Versuch mit 30 × 40)
Anzahl $n$ der Längsbewehrungsstäbe	4, 6, 10 oder 20
Durchmesser $d_s$ [mm] der Längsbewehrung	14, 20 oder 25
Streckgrenze $f_{yk}$ [MPa] der Längsbewehrung bei 20 °C	404 bis 544
Durchmesser $d_{bü}$ [mm] der Bügel	unbekannt
Betondruckfestigkeit $\beta_{W,t}$ [MPa] am 150 mm Würfel	29 bis 53
Rechenwert der Betondruckfestigkeit $\beta_R$ [MPa]	20 bis 29
Achsabstand $a$ [mm] der Längsbewehrung	30, 38 oder 40
Aufgebrachte Normalkraft $F_{Ed,fi}$ [kN]	-90 bis -1802
Lastexzentrizität $e_0$ [mm]	0 bis 600, bzw. 0 bis 30 gegenseitig aufgebracht
Vorverformung für zentrisch belastete Stützen	spannungslos, parabelförmig, Maximum bei $l_{col}/2000$
Vorverformung für exzentrisch belastete Stützen	keine



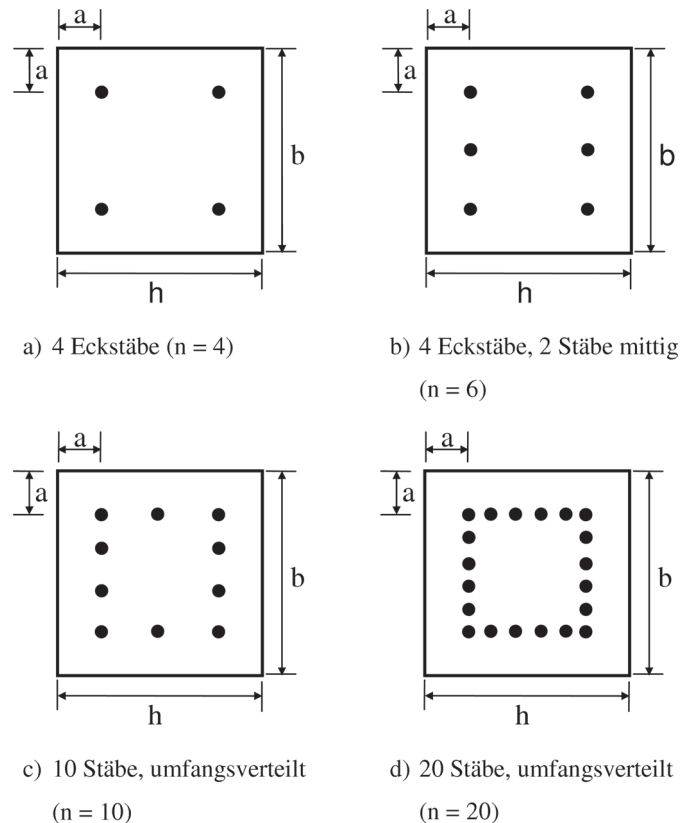
**Bild 1. Statische Systeme der Laborversuche**  
**Fig. 1. Structural systems for tests**

Der im Versuch beobachtete Versagenszeitpunkt  $t_{u,exp}$  lag zwischen 31 und 160 Minuten.

Die von Haß [4] durchgeführten Nachrechnungen verwenden Rechenwerte, die auf Mittelwerten der Festigkeiten für Beton und Stahl zum Zeit der Prüfung und auf Sollwerten der Querschnittsabmessungen basieren. Der Einfluss der Rippen und der Biegeradien auf den Achsabstand  $a$  ist pauschal mit einem Aufschlag von 5 mm auf die Betondeckung berücksichtigt. Da keine Angaben zu den Bügeln vorliegen, wurden im Rahmen dieser Arbeit die Achsabstände  $a$  nach Backgrounddocument [6] vorausgesetzt.

Es wurden ideale Lagerungsbedingungen entsprechend Bild 1 angesetzt. Auswirkungen von Betonabplatzungen sowie einer nicht vollständigen Beflammung über die Stützenlänge wurden nicht modelliert.

Die Nachrechnung mit den Allgemeinen Verfahren ergeben nach Haß einen Versagenszeitpunkt  $t_{u,cal}$  zwischen 27 und 103 Minuten. Der Bereich der rechnerischen Versagenszeitpunkte deckt sich somit näherungsweise mit dem Bereich der im Versuch ermittelten Versagenszeitpunkte. Allerdings liegt die Kennzahl  $\eta_{cal}$  nach Gl. 1 zwi-



**Bild 2. Querschnitte der Laborversuche (unmaßstäblich)**  
**Fig. 2. Cross sections for tests (not to scale)**

schen 0,572 und 1,959. Das bedeutet, dass diese Nachrechnung sichere (Werte unter 1,0) und unsichere Werte (Werte über 1,0) liefert.

$$\eta_{cal} = \frac{t_{u,cal}}{t_{u,exp}} \quad (1)$$

Unter der Annahme einer Normalverteilung der Grundgesamtheit der Kennzahl  $\eta_{cal}$  ermittelt Haß [4] einen empirischen Mittelwert  $\bar{\eta}_{cal} = 0,966$  und die dazugehörige

Standardabweichung  $\sigma_{\eta_{\text{cal}}} = 0,207$ . Zur Berücksichtigung der Forderung nach zwei unabhängigen Brandversuchen aus DIN 4102-2 [5] errechnet *Haß* einen erforderlichen Sicherheitsbeiwert  $\gamma_t = 1,066$  (Abschn. 4).

## 2.2 Annahmen zu Materialeigenschaften und Bewehrungsanordnung

Sowohl *Haß* [4] als auch das Backgrounddocument [6] enthalten keine vollständigen Versuchsbeschreibungen. Für Angaben die zur Nachrechnung mit der nicht-linearen Zonenmethode erforderlich sind (Abschn. 3), wurden im Rahmen dieser Arbeit die folgenden, begründeten Annahmen getroffen.

### 2.2.1 Bewehrungsführung

Entsprechend der Darstellungen bei *Haß* [4] von symmetrisch bewehrten Querschnitten wird im Rahmen dieser Arbeit generell von eck- bzw. umfangverteilten Stäben ausgegangen (Bilder 2a und 2d). Ist eine Eck- bzw. Umfangverteilung nicht vollständig möglich (Stabanzahl  $n = 6$  oder  $n = 10$ ) wurden die „übrigen“ Stäbe so angeordnet, dass eine starke und eine schwache Achse entstand (Bilder 2b und 2c).

### 2.2.2 Wirkung der Exzentrizität

Die Arbeit von *Haß* [4] beschäftigt sich mit und orientiert sich an der Prüfnorm DIN 4102-2 [5]. Hierbei werden Bauteile, die für die ständigen und vorübergehenden Bemessungssituationen („Kaltbemessung“), vgl. DIN 1055-100 [8], ausgelegt sind, entsprechend dieser Einwirkungen in der außergewöhnlichen Bemessungssituation belastet und nach ETK bis zum Versagenszeitpunkt  $t_u$  beflammt. Daher wird im Rahmen dieser Arbeit geschlossen, dass bei den beschriebenen Versuchen die planmäßigen Lastausmitteln eine Biegung um die starke Achse erzeugten. Dieser Ansatz liegt für die statistische Auswertung (Abschn. 4), auf der sicheren Seite.

Weiterhin wird in Anlehnung an die Darstellungen zur Beispielrechnung nach *Haß* [4] davon ausgegangen, dass außer in den ausdrücklich genannten Ausnahmen (gegensinnige Lastexzentrizität) die Lastexzentrizität im Versuch immer entsprechend Bild 1 aufgebracht wurde.

Den unplanmäßigen Vorverformungen/Exzentrizitäten bei zentrisch belasteten Stützen wird unterstellt, dass sie entsprechend der Versagensfigur so wirkten bzw. angesetzt wurden, dass sie ggf. ein Versagen um die schwache Achse erzeugen.

### 2.2.3 Behandlung des Betonstahls

In der Arbeit von *Haß* wird ein Unterschied in der Arbeitslinie von Betonstahl nach Art der Behandlung (warmgewalzt oder kaltverformt) gezeigt. Wie der Betonstahl in den Versuchen behandelt wurde und welche Arbeitslinie *Haß* für die Nachrechnung herangezogen hat, ist unbekannt. Die bei *Haß* dargestellte Nachverfestigung des Betonstahls deutet jedoch unter Berücksichtigung der von *Haß* verwendeten Arbeitslinien auf eine Kaltverformung hin. Im Weiteren wird von kaltverformtem Betonstahl ausgegangen.

## 2.2.4 Gesteinskörnung des Betons

*Haß* [4] gibt ausschließlich eine Arbeitslinie für Beton mit quarzhaltiger Gesteinskörnung an. Es wird unterstellt, dass diese vorlag und für seine Nachrechnung verwendet wurde.

## 3 Nachrechnung mit der nicht-linearen Zonenmethode

Die in Abschn. 2 vorgestellten Versuchsergebnisse werden mit der von den Autoren beschriebenen, nicht-linearen Zonenmethode [3] nachgerechnet, die auf der Zonenmethode nach *Hertz* [9] basiert. Somit werden die aufnehmbaren Spannungen der Stahlarbeitslinie im Druckbereich um das Maß 0,2% mal temperaturabhängiger Stahl-E-M odul gemindert und eine Mittelpunktstemperatur  $\theta_M$  von  $\geq 75$  °C berücksichtigt. Eine anzusetzende Mittelpunktstemperatur  $\theta_M$  von  $\geq 100$  °C ist nur bei Verwendung der alten Arbeitslinien nach DIN V ENV 1992-1-2 [10] erforderlich, siehe Ausführungen der Autoren [3] zur Betondehnung am Scheitelpunkt  $\epsilon_{c1}$ .

Waren in der oben genannten Arbeit Eichbeispiele sowohl mit den Arbeitslinien der nach wie vor gültigen Vornorm DIN V ENV 1992-1-2 [10] als auch der noch einzuführenden Norm DIN EN 1992-1-2 [1] untersucht, werden im Rahmen dieser Arbeit nur noch die Arbeitslinien nach EN-Norm [1] verwendet. Diese Arbeitslinien sind etwas ungünstiger als die von *Haß* [4] benutzten, was wegen der Unabhängigkeit der Nachrechnungen voneinander nicht weiter relevant ist (Abschn. 4).

Entsprechend der Prüfung der Versuchsstützen (Abschn. 2), wird für eine gegebene vertikale Last  $F_{Ed,fi}$  der Versagenszeitpunkt  $t_{u,nlZ}$  mit der nicht-linearen Zonenmethode ermittelt, die hierfür im Mathematikprogramm Mathcad 14 [11] hinterlegt wurde. Für diskrete Zeitschritte von einer Minute wird untersucht, wann ein Gleichgewicht zwischen Spannungsergebnissen und äußeren Schnittgrößen gerade noch möglich ist. Die Eingangswerte für die Berechnung bilden die dokumentierten Angaben sowie die eigenen Annahmen zu den Versuchen aus Abschn. 2.

Für die Berechnung nach Norm [1] fanden die folgenden Überlegungen und Anpassungen zur Temperaturverteilung und Betonmodellierung statt (Abschnitte 3.1 und 3.2). Als Ergebnis ist in Tabelle 2 für jeden Versuch (Versuchsnummern nach Zusammenstellung *Haß* [4]) der Versagenszeitpunkt  $t_{u,nlZ}$  dem Versagenszeitpunkt  $t_{u,cal}$  gegenübergestellt. Eine graphische Darstellung der einzelnen Versagenszeitpunkte findet sich in Bild 3. Hierbei befinden sich die sicheren Nachrechnungen in der Hälfte links oben und die unsicheren rechts unten.

### 3.1 Temperaturverteilung

Die Berechnung der Temperaturverteilung erfolgt nach Norm [1] mit den empfohlenen Werten für Betonfeuchte (Versuchskörper bis zum Erreichen der Ausgleichsfeuchte gelagert), Emissionswert und Wärmeübergangskoeffizient sowie mit dem oberen Grenzwert der thermischen Leitfähigkeit, *Hosser* [2], durch das FE-Programm Hydra [12].

Die für diskrete Zeitschritte von zehn Minuten errechneten Temperaturverteilungen werden funktional hinterlegt. Für die oben genannten Zwischenschritte von einer Minute werden die Temperaturverteilungen interpoliert.

Tabelle 2. Versuchsergebnisse  
Table 2. Test results

Versuch Nr.	Statisches System	Bewehrung	$t_{u,exp}$ [min]	$t_{u,cal}$ [min]	$t_{u,nlZ}$ [min]
1	Bild 1a)	Bild 2b)	86	97	74
2	Bild 1a)	Bild 2b)	84	79	88
3	Bild 1a)	Bild 2b)	138	79	88
4	Bild 1a)	Bild 2b)	63	66	66
5	Bild 1a)	Bild 2b)	108	63	69
6	Bild 1a)	Bild 2b)	61	58	57
7	Bild 1a)	Bild 2b)	58	54	56
8	Bild 1a)	Bild 2a)	58	59	35
9	Bild 1a)	Bild 2a)	66	59	35
10	Bild 1a)	Bild 2a)	48	45	28
11	Bild 1a)	Bild 2b)	80	70	83
12	Bild 1a)	Bild 2b)	69	70	83
13	Bild 1a)	Bild 2b)	85	70	90
14	Bild 1a)	Bild 2a)	49	49	37
15	Bild 1a)	Bild 2a)	36	52	37
16	Bild 1a)	Bild 2b)	75	68	70
17	Bild 1a)	Bild 2b)	65	64	60
18	Bild 1a)	Bild 2a)	49	53	38
19	Bild 1a)	Bild 2a)	53	52	38
20	Bild 1b)	Bild 2b)	111	122	116
21	Bild 1b)	Bild 2b)	125	119	109
22	Bild 1a)	Bild 2b)	83	75	59
23	Bild 1a)	Bild 2c)	114	119	84
24	Bild 1a)	Bild 2c)	114	109	69
25	Bild 1a)	Bild 2a)	40	48	36
26	Bild 1b)	Bild 2b)	160	119	117
27	Bild 1b)	Bild 2b)	89	80	109
28	Bild 1a)	Bild 2b)	93	99	103
29	Bild 1a)	Bild 2b)	135	107	111
30	Bild 1a)	Bild 2b)	48	48	67
31	Bild 1a)	Bild 2b)	57	56	67
32	Bild 1b)	Bild 2b)	107	114	130
33	Bild 1a)	Bild 2d)	123	101	69
34	Bild 1a)	Bild 2d)	94	94	54
35	Bild 1a)	Bild 2d)	125	103	70
36	Bild 1a)	Bild 2d)	49	96	55
37	Bild 1a)	Bild 2b)	38	38	47
38	Bild 1a)	Bild 2b)	55	44	69
39	Bild 1a)	Bild 2b)	57	44	48
40	Bild 1a)	Bild 2b)	49	40	49
41	Bild 1a)	Bild 2b)	50	53	49
42	Bild 1a)	Bild 2b)	31	27	30
43	Bild 1a)	Bild 2b)	40	38	38
44	Bild 1a)	Bild 2b)	35	31	34
45	Bild 1a)	Bild 2b)	49	49	47
46	Bild 1a)	Bild 2b)	52	49	46
47	Bild 1a)	Bild 2b)	72	64	57

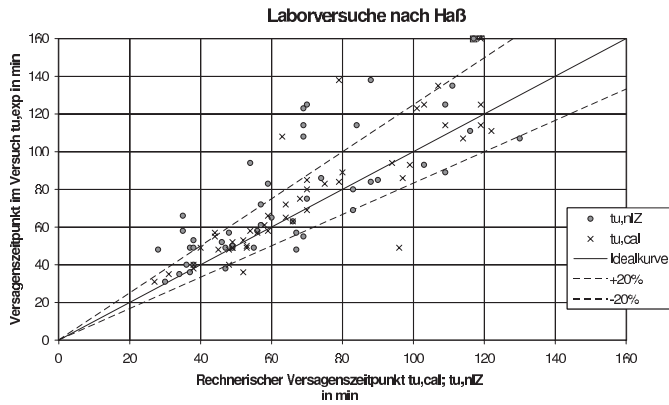


Bild 3. Vergleich des Versagenszeitpunkts zwischen Nachrechnung und Laborversuch

Fig. 3. Comparison of time of failure between calculation and test

Durch dieses als Näherung zu betrachtende Vorgehen werden die Temperaturen bis zu ca. 10% gegenüber einer genaueren Ermittlung der Temperaturverteilung (durch z. B. eine FE-Berechnung) unterschätzt. Es entstehen somit tendenziell höhere Traglasten bzw. spätere Versagenszeitpunkte  $t_{u,nlZ}$  als bei Verwendung eines genaueren Verfahrens zur Ermittlung der Temperaturverteilung. Für die statistische Auswertung liegt dies jedoch auf der sicheren Seite (Abschn. 4). Für die Anwendung der nicht-linearen Zonenmethode in der Praxis darf eine genauere Temperaturverteilung verwendet werden.

### 3.2 Modellierung Beton

*Haß* [4] gibt den Mittelwert der Würfeldruckfestigkeit  $\beta_{W,t}$  zum Zeitpunkt der Prüfung an und ermittelt daraus den Rechenwert  $\beta_R$  nach Gl. 2. Dieser Rechenwert berücksichtigt mit steigender Betondruckfestigkeit steigende Abschläge.

$$\beta_R \leq 0,7 \cdot \beta_{W,t} \quad (2)$$

Für die Nachrechnung mit der nicht-linearen Zonenmethode wird zur Berücksichtigung der Würfelgröße, Lagerungsart und Form des Probekörpers entsprechend der Empfehlungen von *Schnell* und *Loch* [13] bzw. DIN 1045-2 [14] der „Rechenwert“  $f_{ck}$  nach Gl. 3 festgelegt.

$$f_{ck} = 1,05 \cdot 0,8 \cdot 0,92 \cdot \beta_{W,t} = 0,77 \cdot \beta_{W,t} \quad (3)$$

Diese Festlegung einschließlich einer gegenüber der von *Haß* [4] verwendeten Beton-Arbeitslinie führt wie die Temperaturmodellierung tendenziell zu überhöhten Traglasten und somit zu einer auf der sicheren Seite liegenden statistischen Auswertung.

## 4 Statistische Untersuchung

*Haß* [4] sieht die sichere Anwendbarkeit der Allgemeinen Verfahren für die Bemessung von Stahlbetonstützen im Brandfall durch seine statistische Überprüfung der Nachrechnung der bekannten Versuchsergebnisse gegeben. Er benötigt hierfür allerdings einen Sicherheitsbeiwert  $\gamma_t = 1,066$ , der sich aus empirischem Mittelwert und Standardabweichung berechnet und mit dem der für den Nach-

weis einer Feuerwiderstandsklasse erforderliche Versagenszeitpunkt  $t_F$  (Klassengrenze) beaufschlagt werden muss.

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Nachrechnung mit der nicht-linearen Zonenmethode statistisch nach dem Verfahren von *Haß* [4] untersucht. Sie wird dadurch unabhängig von der mechanischen Modellierung der Allgemeinen Verfahren nach *Haß* [4].

### 4.1 Sicherheitsbeiwert $\gamma_t$ nach *Haß*

Wie in Abschn. 2 bereits erwähnt, geht die Arbeit von *Haß* [4] grundsätzlich von der Prüfnorm DIN 4102-2 [5] aus. Hierin wird die Prüfung von mindestens zwei Probekörpern gefordert. Der niedrigste hierbei ermittelte Versagenszeitpunkt  $t_{u,exp}$  ist für die Einstufung in eine Feuerwiderstandsklasse maßgebend.

Erreicht ein Bauteil in zwei Prüfungen gerade noch die untere Klassengrenze und sind Mittelwert und Standardabweichung der Versagenszeitpunkte der Grundgesamtheit unbekannt, so zeigt *Haß* [4], dass die Klassengrenze der Feuerwiderstandsklasse  $t_F$  dem 33%-Quantil aller Versagenszeitpunkte entspricht. Das heißt, dass rechnerisch 67% aller den Probekörpern entsprechenden Bauteile zum Zeitpunkt  $t_F$  oder später versagen. Steht nur ein Probekörper zur Verfügung, so zeigt *Haß*, dass die Klassengrenze der Feuerwiderstandsklasse  $t_F$  nur noch dem 50%-Quantil aller Versagenszeitpunkte entspricht. Somit wird durch die Forderung nach zwei Probekörpern eine gewisse Streubreite der Parameter des Bauteils untersucht und es entsteht eine zusätzliche Sicherheit gegenüber der Prüfung nur eines Probekörpers.

Betrachtet man eine Nachrechnung als numerisch simulierten Brandversuch, so darf der fehlende „zweite Brandversuch“ zur Wahrung der zusätzlichen Sicherheit nach DIN 4102-2 [5] durch den oben beschriebenen Sicherheitsbeiwert  $\gamma_t$  ersetzt werden.

*Haß* [4] bestimmt  $\gamma_t$  nach Gl. 4. Hierbei ist  $\eta_{33}$  nach Gl. 5 das 33%-Quantil einer als normalverteilt angesehenen Grundgesamtheit der Kennzahl  $\eta$ . Die Kennzahl  $\eta$  stehe hierbei für  $\eta_{cal}$  bzw.  $\eta_{nlZ}$  nach Gl. 6.

$$\gamma_t = \frac{(\bar{\eta})^2}{\eta_{33}} \quad (4)$$

$$\eta_{33} = \bar{\eta} - 0,44 \cdot \sigma_\eta \quad (5)$$

$$\eta_{nlZ} = \frac{t_{u,nlZ}}{t_{u,exp}} \quad (6)$$

### 4.2 Ergebnisse und Auswertung

In Tabelle 3 sind die Kenngrößen der statistischen Auswertung hinterlegt. Es zeigt sich, dass die Allgemeinen Verfahren nach *Haß* [4] den Versagenszeitpunkt der Versuche insgesamt stärker überschätzen als die nicht-lineare Zonenmethode. Weiterhin ist zu beobachten, dass teilweise Versagenszeitpunkte von Versuchen, die mit dem einen Verfahren überschätzt werden, mit dem anderen Verfahren unterschätzt werden und umgekehrt. Dies deckt sich auch mit früheren Erkenntnissen der Autoren [3].

Die für beide Verfahren etwa gleich große Standardabweichung führt in Zusammenhang mit dem kleineren (also sichereren) Mittelwert der nicht-linearen Zonenmethode dazu, dass für diese Methode ein zusätzlicher Sicherheitsbeiwert von  $\gamma_t = 1,011$  erforderlich ist, um das Sicherheitsniveau nach DIN 4102-2 [5] zu erreichen.

Baupraktisch wird dieser Wert in Anlehnung an DIN 1055-100 [8] auf 5%-Punkte gerundet, d. h. auf  $\gamma_t = 1,00$ . Somit ist keine weitere Anpassung der nicht-linearen Zonenmethode zur Einhaltung des angestrebten Sicherheitsniveaus erforderlich.

Wie von den Autoren [3] bereits gezeigt, bildet die nicht-lineare Zonenmethode die wesentlichen mechanischen Auswirkungen einer Brandbeanspruchung ab und wurde mittels eines von Hosser [15] aufgestellten und durch die Autoren erweiterten Kriteriums anhand von Traglast- und Verformungsvergleichen mit den Allgemeinen Verfahren nach DIN EN 1992-1-2 [1] bzw. DIN V ENV 1992-1-2 [10] nachgewiesen. Hosser und Richter [2] geben an, dass auch für die Allgemeinen Verfahren nach DIN EN 1992-1-2 [1] eine ausreichende Sicherheit vorliegt. Somit ist die nicht-lineare Zonenmethode ein sicheres Verfahren für die Bemessung von Stahlbetonstützen im Brandfall, was nachzuweisen galt.

Vernachlässigt man auf der sicheren Seite bei der nicht-linearen Zonenmethode die Druckbewehrung vollständig, so erhält man zur Ermittlung der Traglast ein noch sichereres Verfahren, das dennoch die wesentlichen mechanischen Auswirkungen einer Brandbeanspruchung ausreichend modelliert. Somit kann auch das von den Autoren [16] vorgeschlagene Modellstützenverfahren für eine sichere Bemessung von Stahlbetonstützen im Brandfall verwendet werden, was ebenfalls nachzuweisen galt.

## 5 Zusammenfassung und Empfehlungen für die Praxis

Die durchgeführte Nachrechnung von Laborversuchen mit der nicht-linearen Zonenmethode und deren statistische Auswertung zeigen zusammen mit früheren Untersuchungen der Autoren, dass dieses Bemessungsverfahren für Stahlbetonstützen im Brandfall ausreichend sicher ist. Dieser Nachweis gilt auch für eine Vereinfachung des Verfahrens, das als Modellstützenverfahren für Stahlbetonstützen im Brandfall veröffentlicht ist.

Der Praxis steht mit der nicht-linearen Zonenmethode somit ein einfaches, robustes und sicheres Werkzeug zur Bemessung von Stahlbetonstützen im Brandfall zur Verfügung, welches jetzt und in Zukunft – bei Einführung der Eurocodes in Deutschland – den eingeführten technischen Baubestimmungen entspricht.

Tabelle 3. Statistische Kenngrößen

Table 3. Statistical characteristic

Grundgesamtheit	$\eta_{cal}$	$\eta_{nIZ}$
Minimalwert $\eta_{min}$ [-]	0,572	0,530
Maximalwert $\eta_{max}$ [-]	1,959	1,396
Mittelwert $\bar{\eta}$ [-]	0,966	0,904
Standardabweichung $\sigma_{\eta}$ [-]	0,207	0,218
Sicherheitsbeiwert $\gamma_t$ [-]	1,066	1,011 $\approx$ 1,00

## Literatur

- [1] DIN EN 1992-1-2:2006-10. Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-2: Allgemeine Regeln – Tragwerksbemessung für den Brandfall.
- [2] Hosser, D. und Richter, E.: Überführung von EN 1992-1-2 in EN-Norm und Bestimmung der national festzulegenden Parameter (NDP) im Nationalen Anhang zu EN 1992-1-2. Schlussbericht. Stuttgart: Fraunhofer IRB, 2007.
- [3] Cyllok, M. und Achenbach, M.: Anwendung der Zonenmethode für brandbeanspruchte Stahlbetonstützen. Beton- und Stahlbetonbau 104 (2009), Heft 12, S. 813–822.
- [4] Haß, R.: Zur praxisgerechten brandschutztechnischen Beurteilung von Stützen aus Stahl und Beton. Dissertation. Braunschweig, 1985.
- [5] DIN 4102-2:1977-09: Brandverhalten von Baustoffen und Bauteilen – Bauteile – Begriffe, Anforderungen und Prüfungen.
- [6] CEN/TC 250/SC 2/PT 1-2 Doc N 182. Comparison of fire resistance of columns according prEN, NAD1, NAD2 versus tests. Überarbeitete Fassung vom 02.06.2004.
- [7] Hertz, K.: Analyses of concrete structures exposed to fire. Lecture Notes, Technical University of Denmark. 2007.
- [8] DIN 1055-100:2001-03. Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 100: Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln.
- [9] Hertz, K.: Analyses of Pressurised Concrete Structures Exposed to Fire. Report No. 174, Institute of Building Design, Technical University of Denmark. 1985.
- [10] DIN V ENV 1992-1-2:1997-05. Eurocode 2: Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-2: Allgemeine Regeln – Tragwerksbemessung für den Brandfall.
- [11] Mathcad 14.0 M011, © 2007 Parametric Technology Corporation.
- [12] Hydra Version 11.31, Grundwasser- und Wärmemodelle nach der Finite-Element-Methode, © 2008 Sofistik AG, Oberschleißheim.
- [13] Schnell, J. und Loch, M.: Umrechnung historischer Baustoffkennwerte auf charakteristische Werte. Der Prüfingenieur Heft 34 (2009), S. 50–61.
- [14] DIN 1045-2:2008-08. Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Beton – Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität – Anwendungsregeln zu DIN EN 206-1.
- [15] Hosser, D., Dorn, T., Kiel, M. und Richter, E.: Praxisgerechte brandschutztechnische Auslegungsverfahren. Schriftenreihe „Forschung“ des Bundesministeriums für Raumordnung, Bauwesen und Städtebau, Heft Nr. 491. 1991.
- [16] Cyllok, M. und Achenbach, M.: Vereinfachte Bemessung brandbeanspruchter Stahlbetonkragstützen in Anlehnung an EC2. Beton- und Stahlbetonbau 103 (2008), Heft 7, S. 464–471.



Dr.-Ing. Michael Cyllok  
michael.cyllok@lga.de



Dipl.-Ing. Marcus Achenbach  
marcus.achenbach@lga.de

LGA Landesgewerbeanstalt Bayern KdöR  
Bereich Prüfstatik  
Tillystraße 2  
90431 Nürnberg

## Prüfstatik

8x in Bayern – immer in Ihrer Nähe



## Prüfstatik

### Über 140 Jahre Kompetenz und Sicherheit

Weit mehr als 100 Ingenieure und weitere qualifizierte Mitarbeiter sind heute in den verschiedenen Bereichen der Prüfstatik tätig. Zu ihren Aufgaben gehören die Prüfung von Standsicherheitsnachweisen und Konstruktionsplänen, die stichprobenartige Überwachung auf der Baustelle und die Erstellung von Gutachten. Das Spektrum umfasst zudem Spezialgebiete wie die Prüfung von Fliegenden Bauten oder auch umfangreiche Untersuchungen und Prüfungen etwa von Glas- und Kunststoffkonstruktionen.

## 8x in Bayern – immer in Ihrer Nähe:

#### **Prüfstatik Nürnberg**

Tel. (0911) 81771-300  
Fax (0911) 81771-399  
nuernberg@lga.de

#### **Zweigstelle Augsburg**

Tel. (0821) 50205-0  
Fax (0821) 50205-60  
augsburg@lga.de

#### **Zweigstelle Bayreuth**

Tel. (0921) 75913-0  
Fax (0921) 75913-10  
bayreuth@lga.de

#### **Zweigstelle Hof**

Tel. (09281) 7375-0  
Fax (09281) 7375-90  
hof@lga.de

#### **Zweigstelle Landshut**

Tel. (0871) 608-0  
Fax (0871) 608-19  
landshut@lga.de

#### **Zweigstelle München**

Tel. (089) 126602-0  
Fax (089) 126602-99  
muenchen@lga.de

#### **Zweigstelle Regensburg**

Tel. (0941) 3831-0  
Fax (0941) 3831-103  
regensburg@lga.de

#### **Zweigstelle Würzburg**

Tel. (0931) 4196-0  
Fax (0931) 4196-200  
wuerzburg@lga.de

LGA  
Bereich Prüfstatik  
Tillystr. 2  
90431 Nürnberg

[www.lga.de](http://www.lga.de)

